عبد العزيز شرابي

جامعة قسنطينة

طرق إحصائية للتوقع الإقتصادي



ديوان المطبوعات الجامعية

الساحة المركزية - بن عكنون - الجزائر

رقم النشر: 4.01.4423
رقم ر.د.م.ك (I S B N) 9961.0.0473.6
رقم الإيداع القانوني: 2000/356

إلى أمي



مقدمة

يتناول هذا الكتاب إحدى الموضوعات الهامة جدا في عصرنا، معرفة المستويات المستقبلية للظواهر الإقتصادية من أجل إتخاذ قرارات في الحاضر. سعي الإنسان لمعرفة المستقبل ليس وليد عصرنا، في حين لم يبلغ هذه الدرجة من الأهمية والإتساع مثل ماهو الآن. والمعرفة المستقبلية للظواهر الإقتصادية والإجتماعية تشغل باستمرار حيزا خاصا وتفرض نفسها كفرع علمي مستقل.

إن الميزة الأساسية للمعرفة المستقبلية بالظواهر الإقتصادية والإجتماعية يتمثل في إرتفاع درجة عدم اليقين، وذلك لا يرتبط فقط بنقص معرفة الإنسان بالقواعد التي تحكم سيرورة تطور هذه الظواهر وعدم المعرفة الدقيقة لعلاقات السبب-النتيجة داخلها، ولكن السبب يكمن أيضا في الطابع الداخلي والجوهري لهذه الظواهر. ونظرا لارتفاع درجة عدم اليقين في سيرورة تطور هذه الظواهر فإننا كثيرا مانصادف إختلاف وعدم تطابق التوقعات والتنبؤات التي يقدمها لنا أخصائيون مختلفون حول ظاهرة معينة، وذلك بسبب الإعتماد على تفعيل خبراتهم، والقدرة عى ذلك ليست واحدة عند الجميع، وهنا يكمن مصدر إختلاف نتائج التوقعات والتنبؤات ومنه ينبغي الإقرار بأن المعرفة المستقبلية تقع في مكان مابين العلم والفن.

إن المعرفة المستقبلية موضوع بالغ الأهمية، سواء على مستوى الدولة أو على مستوى المؤسسات والشركات. فالتوقعات الخاصة بالبطالة ومعدلات التشغيل والأرقام القياسية للسلع الإستهلاكية والرأسمالية ومستويات أسعار السلع التصديرية والمستوردة وأسعار العملات وغيرها من الموشرات، كلها عناصر أساسية تمكن الدولة من رسم وتوجيه السياسات لتحسين الأوضاع الإقتصادية والإجتماعية للسكان في

داخل البلاد وتعزيز المكانة الإقتصادية والسياسية للدولة تجاه الخارج.

أما على مستوى المؤسسات والشركات فإن الدراسة المستقبلية للسوق وتغير المحيط والتعرف على قدرة المنافسين الموجودين والمحتملين كلها مسائل مركزية بالنسبة للمؤسسات. وفقط بممارسة التوقع والتنبؤ يمكن للمؤسسة أن ترفع من قدرتها التنافسية وتضمن بقاءها، وذلك عن طريق إستغلال نتائج التوقع والتنبؤ كمدخل لتحديد سياسات الإنتاج وتحديد الأسعار وحجم العمالة والمخزونات وغيرها.

والذي شجعنا أكثر على بذل هذا الجهد هو قيامنا بتدريس مادة هذا الكتاب للسنة الأولى ماجستير في العلوم الإقتصادية، فرع إدارة الأعمال، دفعتي 1992 و1993 بجامعة قسنطينة وللسنة الأولى ماجستير في العلوم الإقتصادية، فرع النقد والتمويل، دفعة 1994 بجامعة عنابة، وكذا للدراسات العليا المتخصصة في تسيير المؤسسات بجامعة قسنطينة سنة 1996م وقد لاحظنا إهتمام الطلبة وتفاعلهم مع المادة.

لقد حاولنا أن يكون هذا العمل في مستوى الدراسات العليا، علوم إقتصادية وفي نفس الوقت في متناول رجال الأعمال والقائمون على إدارة المؤسسات.

لذلك فقد إعتمدنا أسلوبا سهلا وتجنبنا الخوض كثيرا في الجوانب الرياضية والإكتفاء بذكر المراجع عند الضرورة لمن يرغب في المزيد من التعمق في بعض الجوانب الفنية. لقد إعتمدنا على أسلوب تقديم الأمثلة مباشرة بعد عرض التقنية حتى يتمكن القارئ من الفهم. ورغم ذلك فإن القارئ يحتاج للإلمام المسبق بمبادئ الإحصاء خاصة مقاييس التشتت والنزعة المركزية والإختبارات الإحصائية وأيضا المبادئ الأولية لجبر المصفوفات.

أما عن خطة الكتاب فقد كانت كالتالي : في الفصل الأول وتحت عنوان : بعض المفاهيم الأساسية في التوقع بالظواهر الإقتصادية والإجتماعية، إستعرضنا فيه بعض المفاهيم الأساسية : التقدير، التوقع، التنبؤ، التخطيط. والأهم هنا هو تحديد مفهوم واضح للتوقع، والذي يعني بالمسائل الكمية ويعتمد على الطرق والنماذج الإحصائية، بينما التنبؤ يعني بالمسائل الكيفية ويعتمد على الحدس وتقديرات الخبراء. وفي هذا الفصل تم التطرق إلى مسألة تصنيف تقنيات التوقع وهنا تم إقتراح تصنيف جديد : تقنيات التوقع بفترة زمنية واحدة وتقنيات التوقع بعدة فترات زمنية. وفي هذا الفصل حددنا منهجية لاختيار وتقييم تقنيات التوقع.

ولما كانت جميع تقنيات التوقع تعتمد على السلاسل الزمنية ونظرا لقلة المراجع التي تتعرض لموضوع السلاسل الزمنية بالشكل اللازم والمناسب لفهم تقنيات التوقع فقد خصصنا الفصل الثاني كاملا للتعريف بالسلاسل الزمنية وأهم خصائصها والمؤشرات الأساسية الخاصة بها.

أما الفصل الثالث فقد خصص لتقنيات التوقع بفترة زمنية واحدة، ورغم عددها الكبير فقد إقتصرنا على أهمها وأكثرها شيوعا في الإستعمال والتي تشكل أساسا لباقي التقنيات. معتمدين في ذلك على شرح التقنية وإعطاء مثال، مع خلاصة حول التقنية، تتضمن ميزات ونقائص التقنية والتمهيد للتقنية الموالية.

وفي الفصل الرابع والأخير تناولنا أهم التقنيات المستعملة في التوقع بأكثر من فترة زمنية واحدة، معادلة الإتجاه وأسلوب الإنحدار والإرتباط، كما عرضنا في الأخير أسلوب تقديرات الخبراء باعتباره أحد الأساليب الهامة للتنبؤ.

وفي النهاية نؤكد على أن هناك أكثر من 150 تقنية للتوقع في الوقت الحاضر

وما التقنيات التي تناولناها سوى القليل منها ولكنها الأساس في تقديرنا لفهم واستعمال باقي التقنيات.

ينبعي الإشارة إلى ضرورة التدريب على إستخدام الحاسوب الذي أضحى ضروريا لما يقدمه من سهولة في حفظ المعلومات وتنفيذ العمليات الحسابية.

نتمنى أن نكون قد ساهمنا ولو بقليل في تذليل معاناة الباحث والمسير من قلة المراجع العملية في هذا الموضوع خاصة باللغة العربية. وسنكون شاكرين لكل من تقدم بملاحظات أو إقتراحات بناءة بهدف إثراء هذا العمل وتحسينه مستقبلا.

عبد العزيز شرابي

الفصل الأول : بعض المفاهيم الأساسية في التوقع بالظواهر الإقتصادية والإجتماعية

1 - 1 - المفاهيم الأساسية

نظرا لقلة الأبحاث باللغة العربية حول المستقبل فقد ظلت المفاهيم الأساسية المتعلقة بهذا المجال المعرفي غير مميزة ولازالت تستعمل كلمة «التنبؤ» للدلالة عن أية معرفة عن المستقبل، بينما هناك تمييز واضح في اللغات الحية الأخرى بين مجموعة من المفاهيم تتعلق بموضوع المعرفة المستقبلية وتحمل مضامين محددة. هذا التمييز بين المفاهيم ضروري لكسب وإرساء معارف علمية في مجال الدراسات المستقبلية، وفيما يلي تعريف وجيز بتلك المفاهيم [1 ص 61 - 70].

1 - 1 - 1 - التقدير ESTIMATION

هي عملية إدراك الواقع وصياغته في شكل نموذج رياضي-إحصائي، يوضح العلاقة السببية أو الإرتباطية بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع، وعادة ما يأخذ هذا النموذج الشكل التالي :

$$Y = f(X_1, X_2, X_3 \ldots\ldots) + U$$

حيث y هي الظاهرة المدروسة، معدل النمو الإقتصادي مثلا، أما المتغيرات المستقلة ...... X_1, X_2, X_3 فهي المتغيرات النظامية التي نعتقد أنها تفسر وتحكم الظاهرة y، مثل حجم الإستثمارات، نمو الإنتاجية، معدل نمو السكان وغيرها.

هذه الدالة -النموذج- قد تأخذ أشكالا مختلفة فقد تكون خطية أو أسية أولوغارتمية أو مثلثية عندما يتعلق الأمر بدراسة الظواهر الموسمية والدورية.

أما U فهي قيمة عشوائية تعبر عن :

1 - أخطاء القياس وأخطاء المعلومات المدخلة في النموذج.

2 - المتغيرات التي لم تأخذ بالإعتبار في النموذج لسبب أو لآخر.

3 - الفرق بين الشكل الحقيقي للعلاقة والشكل الرياضي الذي تبناه واضع النموذج.

4 - عوامل عشوائية قد تحدث وقد لاتحدث.

إن وجود القيمة العشوائية U في النموذج مهما كانت صغيرة هي التي تعطي الطابع الإحصائي للدالة. بحيث مهما إجتهد الباحث في إدراج كل العوامل المفسرة للظاهرة المدروسة في النموذج فإن هناك دوما مجال لعوامل عشوائية يظهر تأثيرها من حين إلى آخر.

فمثلا عملية تقدير العلاقة الإرتباطية بين المحصول الزراعي كتابع والعوامل المفسرة له مثل كمية الأمطار المتساقطة، كمية الأسمدة الكيميائية المستعملة... الخ، فإنه يبقى هناك دوما مجال لعوامل عشوائية قد تحدث وقد لاتحدث مثل هبوب رياح عاتية تتلف المحصول الزراعي أو إجتياح الجراد للحقول المزروعة وبالتالي إتلاف محاصيلها.

كما أن التقدير يمكن أن يعني صياغة العلاقة التي تربط ظاهرة معينة بالزمن، هذه العلاقة يمكن كتابتها كالتالي :

$$Y = f(t) + U$$

حيث t هو الزمن، وقد تأخذ هذه العلاقة أيضا الشكل الخطي أو الأسي أو اللوغارتمي أو المثلثي مثلما قلنا سابقا، كما أن U هنا لها نفس المعنى السابق.

في الأخير يمكن القول أن التقدير هو عملية تحويل المعارف اللفظية إلى الصياغة الرياضية.

1 - 1 - 2 - **التوقع** PREVISION

يعتمد التوقع على النموذج الناتج عن عملية التقدير، وبالتالي فإن التوقع يعني الحصول على المستويات المستقبلية للظاهرة المدروسة، وذلك يتم بإحلال قيم مفترضة محل المتغيرات التفسيرية في النموذج، ثم حساب قيمة الظاهرة في الفترة المستقبلية، وعادة ماتعطى هذه القيمة المستقبلية في شكل قيمة وسطى ضمن مجال معين.

إن عملية التوقع تقوم على الفروض التالية :

1 - النموذج المعتمد يطابق الواقع إلى حد كبير.

2 - الظروف والشروط العامة المحيطة بالظاهرة المدروسة تبقى على حالها في الفترة المستقبلية ومن هنا كانت عملية التوقع هي إسقاط للماضي على المستقبل بواسطة مقولات الحاضر [1 ص 66] لهذا فإن التوقع بطبيعته لا يهتم بمعرفة التطورات الطارئة التي قد تحدث للظاهرة المدروسة في الفترة المستقبلية، كما أن التوقع لايهتم سوى بتطور الظواهر القابلة للقياس والتكميم مثل حجم المبيعات، معدل النمو الإقتصادي، عدد السكان ...إلخ.

1 - 1 - 3 - **التنبؤ** PREDICTION

يختلف التنبؤ عن التوقع بكون التنبؤ يهتم بالتغيرات الطارئة وبالظواهر الإقتصادية والإجتماعية المعقدة مثل إكتشاف مصدر جديد للطاقة، إنهيار دولة معينة، وصول تيار سياسي معين إلى الحكم وغيرها، بينما يقتصر التوقع على المؤشرات الكمية مثلما أشرنا آنفا.

إن طبيعة موضوع التنبؤ تجعله لا يعتمد على بناء النماذج الرياضية ولا يمتلك

بعد منهجا علميا دقيقا مثل ماهو الشأن بالنسبة للتوقع، فعملية التنبؤ تعتمد على الخبرة الهائلة والمعرفة العلمية والعملية في مجال الظاهرة المدروسة مما يجعل موضوع التنبؤ هو أقرب إلى الفن من العلم [2 ص 9].

إن أهم الطرق المتبعة في عملية التنبؤ هي طريقة تقديرات الخبراء ومنها طريقة دلفي (*).

طريقة تقديرات الخبراء تعتمد على إعداد وتوجيه عدد من الأسئلة إلى الخبراء ثم تتم معالجة أجوبتهم باستخدام الأدوات الإحصائية والرياضية للوصول إلى الحصيلة النهائية المتفق عليها من طرف الخبراء في شكل نسبة معينة وبقدر معين من الثقة.

1 - 1 - 4 - التخطيط PLANIFICATION

إذا كان التوقع والتنبؤ يختصان في إنجاز معرفة معينة حول المستقبل، فإن التخطيط هو عمل واع وهادف، يرمي إلى إحداث تغييرات معينة في مسار الظاهرة المدروسة، أي تغير إتجاه الظاهرة عن مسارها العفوي. فمثلا إذا كنا نتوقع إنخفاض في الطلب على منتوج معين فإن مهمة المخطط تكمن في وضع خطة تهدف إلى تحاشي الآثار السلبية لهذا التوقع على المؤسسة سواء بالبحث عن أسواق جديدة أو بانتاج منتجات أخرى.

وبالتالي يمكن القول بأن معرفة المستقبل ماهي سوى مدخل في العملية التخطيطية.

(*) طريقة «دلفي» هي نسبة للمدينة اليونانية الشهيرة التي تنبأ أهلها بانتصار الاسكندر المقدوني على داريوس أمبراطور فارس.

1 - 2 - تصنيف تقنيات التوقع

لقد زاد الإهتمام كثيرا خلال العقود الثلاثة الماضية بالتوقع، سواء على المستوى الكلي للإقتصاد أو على مستوى المؤسسات والشركات، مما أدى إلى زيادة عدد تقنيات التوقع، حيث يوجد الآن أكثر من 150 تقنية [3 ص 132] الأمر الذي يستوجب تصنيف هذه التقنيات.

في الأدبيات المتخصصة يمكننا أن نصادف العديد من التصنيفات، وفي رأينا أن تلك التصنيفات، وفي أغلب الأحيان، تنقصها الدقة والصرامة العلمية وذلك بسبب عدم الإلتزام بالمبادئ الأساسية لعملية التصنيف والمتمثلة على الخصوص فيما يلي :

1 - المعرفة الكاملة لجميع تقنيات التوقع، 2 - وضوح معيار التصنيف، 3 - تكامل وعدم تداخل مجموعات التصنيف، 4 - إنفتاح التصنيف على إمكانية إحتواء تقنيات جديدة.

إن التصنيف الأكثر شيوعا لتقنيات التوقع هو الذي يعتمد على طول الفترة المعنية بالتوقع : تقنيات التوقع قصيرة المدى وتقنيات التوقع متوسطة وطويلة المدى، في حين نجد أن تحديد المدى القصير وكذا المتوسط والطويل المدى يختلف من مؤلف إلى آخر، فهناك من يعتبر أن الفترة القصيرة هي من يوم واحد إلى بضعة أسابيع وآخرون يعتبرونها من أسبوع إلى عدة شهور، نفس الإختلاف نلحظه بالنسبة للمدى المتوسط والطويل. هذا من جهة ومن جهة أخرى فإن طبيعة السلسلة الزمنية وبالذات الفترة المقابلة لكل مستوى من مستويات السلسلة الزمنية التي نتعامل معها هي المحددة لفترة التوقع، فإذا كانت تلك المستويات معطاة بالشهور (مثلا قيمة المبيعات

الشهرية خلال 20 شهرا) فإن التوقع لا يمكن أن يكون إلا بالشهور، أما إذا كانت السلسلة الزمنية المعينة معطاة بالسنوات (مثلا عدد المواليد في كل سنة خلال 15 سنة) فإن التوقع لايمكن أن يكون سوى بالسنوات، وفي كلتا الحالتين كان ممكنا إستخدام تقنية توقع واحدة، وبالتالي فالذي حدد فترة التوقع ليست التقنية بل طبيعة السلسلة الزمنية الخاصة بالظاهرة المعينة.

إن الفرق الذي يمكن أن يميز تقنية توقع عن أخرى هو فيما إذا كانت هذه التقنية تسمح بالتوقع بعدة شهور مستقبلية أم لا - بالنسبة للمثال الأول - وبعدة سنوات مستقبلية أولا - في الحالة الثانية.

وفقا لما ذكرناه فإنه يمكن تصنيف تقنيات التوقع إلى : 1 - تقنيات التوقع بفترة زمنية واحدة، 2 - تقنيات التوقع بعدة فترات زمنية. وقبل تناولنا لهذا التصنيف ينبغي الإشارة إلى أن التوقع يمكن أن يتم بأحد المدخلين [4 ص 5].

- المدخل الأول، ويعتمد على سلسلة زمنية واحدة خاصة بالظاهرة المدروسة أي بمعزل عن العوامل التي تسبب أو تفسر تطورها، وذلك بواسطة إكتشاف القانون الذي تتطور بموجبه الظاهرة ومن ثم مده إلى الفترة المستقبلية EXTRAPOLATION.

- المدخل الثاني، يعتمد على تحليل الظاهرة المدروسة وتقدير العلاقة بين الظاهرة المدروسة والعوامل النظامية المفسرة لها ويتم ذلك بدراسة وتحليل عدة سلاسل زمنية.

ويشترك المدخل الأول مع الثاني في المبدأ الأساسي لعملية التوقع وهو إعتبار أن القيمة الفعلية للتوقع تتحدد بواسطة قانون أساسي من جهة وبالصدفة من جهة أخرى وبلغة الرياضيات يمكننا أن نكتب [5 ص 35].

REEL = LOI + HASARD

وهو ماعبرنا عنه عند حديثنا عن التقدير بالمتغيرات النظامية وتمثل هنا LOI القانون، والقيمة العشوائية U وتمثل هنا HASARD الصدفة، والمهمة الأساسية لجميع تقنيات التوقع هي إكتشاف القانون الأساسي الذي يحكم تطور الظاهرة المدروسة وعزل الجانب العشوائي الذي يشوش على المسار النظامي لهذا التطور، أي بمعنى آخر القيام بالتقدير الجيد. يمكن القول أن مصداقية وواقعية التوقع تتوقف إلى حد كبير على التقدير الجيد، أي تطابق النموذج المعتمد مع حقيقة تطور الظاهرة المدروسة. والتمييز بين المدخلين الأول والثاني له علاقة مباشرة بتصنيف تقنيات التوقع إلى مجموعتين كبيرتين حسب معيار عدد الفترات الزمنية للتوقع :

1 - تقنيات التوقع بفترة زمنية واحدة

تعتمد هذه المجموعة من التقنيات على المدخل الأول أي على دراسة سلسلة زمنية واحدة بمعزل عن عواملها وتشمل هذه المجموعة من التقنيات : تقنيات المسح بأنواعها وأيضا تحليل الإنحدار الذاتي.

جميع هذه التقنيات تشترك في خاصية واحدة وهي ضرورة حضور المشاهدة الفعلية الأخيرة للتمكن من التوقع بفترة زمنية واحدة.

2 - تقنيات التوقع بعدة خطوات زمنية

تعتمد هذه المجموعة من التقنيات على المدخل الثاني، أي تحليل تفاعل عدة سلاسل زمنية وبناء نموذج إحصائي يصور علاقة الظاهرة محل التوقع بالعوامل المفسرة لها. هذه التقنيات تحتاج عادة إلى معلومات إحصائية كثيرة نسبيا. تشمل هذه المجموعة من التقنيات نماذج الإنحدار والإرتباط البسيطة والمتعددة وأيضا معادلة الإتجاه.

هذه المجموعة من التقنيات تسمح لنا بالتوقع بأكثر من فترة زمنية وذلك بعد التعويض عن العوامل المفسرة في النموذج بقيمها المفترضة في فترة التوقع.

وسنعتمد على هذا التصنيف عند عرضنا لتقنيات التوقع وتطبيقاتها لاحقا.

1 - 3 - إختيار تقنية التوقع

إن إختيار هذه التقنية أو تلك من طرف الباحث أو المقرر يتوقف على عدة إعتبارات أهمها :

1 - الرغبة في الحصول على التوقع بفترة زمنية واحدة أو أكثر، فإذا كنا نحتاج للتوقع بمستوى الظاهرة المدروسة للفترة الموالية لآخر مستوى معلوم فإننا نختار إحدى التقنيات المناسبة لذلك. والعكس إذا كنا نرغب في الحصول على توقعات تخص عدة فترات زمنية.

وبصفة عامة كلما كان عدد خطوات التوقع أقل كلما كانت نتائج التوقع أدق لأن التوقع بعدة خطوات زمنية عادة مايكون عرضة لدخول عوامل ومستجدات غير منتظرة لحظة التوقع.

2 - حجم ونوعية المعلومات المتوفرة عن الظاهرة المدروسة، مثل الطول النسبي للسلسلة الزمنية، وكونها مستقرة وغير مستقرة وهل للسلسلة الزمنية طابع موسمي أو دوري، سنتعرف لاحقا على هذه المفاهيم.

3 - التكلفة، حيث يفضل الباحث أو رجل الأعمال عادة الطريقة ذات أقل كلفة.

4 - سهولة التطبيق، خاصة بالنسبة لرجل الأعمال، لأن هذا الأخير لايتخذ القرارات إلا وفقا لتقنية توقع يدركها جيدا.

5 – الدقة، حيث يتم عادة تفضيل الطريقة التي تعطي توقعات دقيقة، ولا يتجاوز حد الخطأ بها الحدود المعقولة 5% وفي أسوأ الأحوال 10%.

1 - 4 – تقييم تقنية التوقع

طالما أن التوقع ينطوي دوما على جانب الصدفة كما ذكرنا،هذا يعني أنه حتى عند تحديدنا للقانون الأساسي الذي تتطور وفقه الظاهرة المدروسة -التقدير الجيد- فإنه يبقى دائما هناك مجال لانحراف القيم المتوقعة عن الحقيقية. وهناك هدف موحد لجميع طرق التوقع وهو جعل تلك الإنحرافات أقل مايمكن، وبالتالي فإن تقييم تقنية التوقع تتم عند هذه المسألة بالذات، فالتقنية الأفضل هي التي تعطي أقل الإنحرافات للقيم المتوقعة عن الحقيقية.

ومن خلال المثال التالي يمكننا توضيح عملية تقييم تقنية معينة إستخدمت لفترة محددة في التوقع.

البيانات في الجدول رقم (1) هي عبارة عن المبيعات الفعلية Y لإحدى المنتوجات وكذا القيم المتوقعة $\hat{Y}$ وذلك خلال 12 شهرا.

نلاحظ أن مقياس الخطأ، أي جمعنا للأخطاء فقط سيعطى نتيجة قريبة من الصفر على إعتبار أن الأخطاء السالبة تلغي الأخطاء الموجبة (العمود الرابع)، ولتجاوز هذا النقص يمكننا حساب القيمة المطلقة للأخطاء ثم نحصل على الخطأ المطلق المتوسط (العمود الخامس)، غير أن إستخدام مربع الخطأ E^2 وبالتالي متوسط الأخطاء المربعة (العمود السادس) يعطي صورة أفضل، فهو يظهر أكثر الأخطاء الكبيرة، فمثلا لو وقع خطأ في إحدى الفترات مقداره 10 فسيظهر في مقياس الأخطاء المربعة بـ 100، بينما لو توزع هذا الخطأ على خمسة فترات، أي في كل

فترة خطأ مقداره 2، فإنه سوف يظهر فقط بـ 20، أي أن مقياس مربع الأخطاء يفرق فيما إذا وقع الخطأ في فترة واحدة أم توزع على عدة فترات. وبطبيعة الحال فإنه من الأحسن أن تكون هناك عدة أخطاء صغيرة أفضل من خطأ كبير واحد.

الجدول رقم (1) تقييم تقنية التوقع

الفترة	المبيعات الفعلية Y_i	المبيعات المتوقعة $\hat{Y}_i$	الخطأ $E = Y_i - \hat{Y}_i$	الخطأ المطلق $\|E\|$	مربع الخطأ E^2
1	85	80	+5	5	25
2	91	89	+2	2	4
3	87	92	-5	5	25
4	94	96	-2	2	4
5	96	100	-4	4	16
6	102	108	-6	6	36
7	112	110	+2	2	4
8	98	100	-2	2	4
9	94	94	0	0	0
10	87	88	-1	1	1
11	84	78	+6	6	36
12	80	76	+4	4	16
المجموع	-	-	-1	39	171
المتوسط	-	-	-0,083	3,25	14,25

ملاحظة : ليس مهم معرفة التقنية التي أستعملت للحصول على التوقعات، المهم في هذا المثال هو توضيح كيفية تقييم التقنية المستعملة -مهما تكن- بعد مرور فترة زمنية معينة من إستخدامها.

ومع ذلك فإن مقياس الخطأ المربع ومتوسطه يحملان العيب المتمثل في وحدة القياس المربعة وبالتالي فإن إدراكه يبقى صعبا، وللتخلص من هذا العيب يمكننا أخذ

الجذر التربيعي له لنحصل على الجذر التربيعي للأخطاء المربعة وهذا مايسمى بالخطأ المعياري للتوقع ECART TYPE DE PREVISION.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{n}}$$

حيث n هنا هو عبارة عن عدد الأخطاء.

وسنستعمل هذه الصيغة لتقييم ومقارنة كل التقنيات التي سنتعرف عليها لاحقا، ونقول عن التقنية التي تعطى أقل خطأ معياري للتوقع أنها التقنية الأفضل.

غير أن هذا الأسلوب لتقييم تقنيات التوقع يمكن إعتماده فقط عند إنقضاء فترة التوقع، في حين أن الباحث أو رجل الأعمال يحتاج إلى حد أدنى من الإطمئنان لنتائج التوقع مسبقا، خاصة عند إستعمال التقنية لأول مرة، إن ذلك يعتمد على مدى قدرة تقنية التوقع لوصف تطور الظاهرة في الفترة السابقة RETROSPECTIVE، على إعتبار أن الظاهرة المدروسة تمر بمرحلة تطور واحدة وأن عملية التوقع هي عبارة عن إسقاط للماضي على المستقبل، وبالتالي فإذا كانت التقنية المستعملة تصف جيدا المستويات الفعلية للظاهرة في الفترة السابقة، نقول أن التقنية جيدة ويمكن الإعتماد عليها في التوقع بمستويات الظاهرة في الفترة المستقبلية.

مما سبق نلاحظ أن جميع تقنيات التوقع تعتمد على تحليل السلاسل الزمنية، لهذا سنخصص الفصل القادم للتعريف بالسلاسل الزمنية مع التركيز على بعض الجوانب منها والتي لها علاقة مباشرة بموضوع التوقع.

الفصل الثاني : السلاسل الزمنية

2 - 1 - مفهوم السلسلة الزمنية

السلسلة الزمنية هي مجموعة من القيم لمؤشر إحصائي معين مرتبة حسب تسلسل زمني، والجدول التالي يحتوي على سلسلتان زمنيتان :

جدول رقم (2) : عدد السكان والمواليد الأحياء بالجزائر 1984 - 1990

السنة	عدد السكان (مليون نسمة) -تقديرات منتصف السنة-	عدد المواليد الأحياء (بالآلاف)
1984	21,175	833,110
1985	21,850	845,381
1986	22,499	764,537
1987	23,116	782,336
1988	23,770	788,861
1989	24,397	741,636
1990	25,012	758,533

المصدر : ONS, SERIE STATISTIQUE N° 31 P : 1.

كل قيمة عددية للمؤشر في السلسلة الزمنية يسمى بمستوى السلسلة، وإلى جانب مستوى السلسلة الزمنية، هناك الفترة الزمنية المقابلة لكل مستوى، وفي مثالنا كل مستوى من المستويات في السلسلة الزمنية الأولى يبين كم كان عدد سكان الجزائر في منتصف السنة المقابلة، وكل مستوى من مستويات السلسلة الزمنية الثانية يبين عدد المواليد الأحياء خلال السنة المقابلة.

يلاحظ أن البيانات الإحصائية المطلقة(*) يمكن تقسيمها إلى قسمين :

1 - مؤشرات تقويمية (لحظية) وهي مؤشرات تميز مستوى الظاهرة في لحظة معينة مثل عدد السكان في الجدول السابق.

2 - مؤشرات مجالية، هي مؤشرات تميز مجاميع معينة تخص مستوى الظاهرة خلال فترة زمنية معينة (سنة، شهر، أسبوع ...) مثل عدد المواليد في الجدول السابق. وهذا النوع من المؤشرات يمكن قياسها فقط في مجال زمني معين.

إن الميزة الأساسية للمؤشرات المجالية هي أن كل مستوى هو عبارة عن مجموع مستويات مجالية أصغر، مثلا قيمة المبيعات خلال شهر هو عبارة عن مجموع قيمة المبيعات في كل يوم من أيام الشهر المعني. أي أن الوحدات الإحصائية التي تدخل في تشكيل مستوى معين لا تدخل في تشكيل المستوى اللاحق، وبالتالي يمكن جمع الوحدات الإحصائية لهذه المستويات للحصول على مستوى الظاهرة يخص مجال زمني أوسع. أما المؤشرات التقويمية فلا يمكن جمع مستوياتها.

ينبغي التذكير إلى أنه عند بناء السلسلة الزمنية وقبل إستخدامها في التحليل أو التوقع لابد من التأكد أن مستوياتها قابلة للمقارنة فيما بينها، وهو شرط أساسي لصحة أي تحليل وأي تقدير وأي توقع، وفيما يلي الشروط اللازمة

(*) في الإحصاء نميز بين ثلاثة أنواع من المؤشرات : 1 - المؤشرات المطلقة مثل عدد السكان، عدد العمال، 2 - المؤشرات النسبية وهي التي تعبر عن النسب والمعدلات والمعاملات، مثل نسبة الإنتاج المعيب إلى الإنتاج الإجمالي، معدل زيادة الإنتاج في المؤسسة، مختلف معاملات الإنتاج، 3 - المؤشرات الوسطية مثل متوسط عدد العمال في المؤسسة خلال السنة، متوسط الإنتاج الشهري، كما يمكن أن تكون المؤشرات الوسطية نسبية مثل معدل النمو الوسطي لإنتاجية العمل في مؤسسة معينة.

لكي تكون مستويات السلسلة الزمنية قابلة للمقارنة فيما بينها :

1 - أن تخص مستويات السلسلة الزمنية فترات زمنية متساوية، فمثلا لايجوز أن تعبر بعض مستويات السلسلة الزمنية عن عدد المواليد خلال كل شهر وبعض المستويات الأخرى تعبر عن عدد المواليد خلال كل سنة، فالمقارنة بين المستويات هنا غير ممكنة.

2 - أن تكون جميع مستويات السلسلة خاصة بمكان معين، سواء كان إقليما معينا أو ولاية أو مؤسسة، فلايجوز أن تعبر بعض المستويات عن مؤشر خاص بمجال معين ومستويات أخرى خاصة بمجال أوسع مثلا، وتظهر هذه المشكلة خاصة عند تغير حدود الأقاليم والولايات أو عند تجزئة المؤسسات الكبيرة إلى مؤسسات أصغر أو العكس.

3 - أن تكون وحدة القياس لجميع مستويات السلسلة الزمنية موحدة.

4 - التعبير عن مستويات السلسلة الزمنية القيمية بالأسعار الثابتة، لأن الأسعار الجارية تخفي أثر إرتفاع الأسعار وتجعل المقارنة غير موضوعية.

5 - أن تكون طريقة قياس جميع مستويات السلسلة الزمنية موحدة.

يجب الإشارة إلى أن السلاسل الزمنية عادة مالاتعطى جاهزة وقابلة للتحليل مباشرة حيث يتطلب الأمر في أغلب الأحيان إجراء بعض التعديلات لجعل مستوياتها قابلة للمقارنة وفقا للشروط المذكورة أعلاه.

2 - 2 - المؤشرات الأساسية للسلاسل الزمنية

وهي مجموعة من المؤشرات تقيس سرعة تغير مستوى الظاهرة المدروسة خلال

فترة زمنية معينة، أهم هذه المؤشرات هي :

1 - التغير المطلق، 2 - معدل النمو، 3 - معدل الزيادة.

إن حساب هذه المؤشرات قائم على مبدأ المقارنة فيما بين مستويات السلسلة الزمنية، وعادة ماتجرى هذه المقارنة بالنسبة لمستوى معين من السلسلة الزمنية ويسمى بمستوى الأساس، كأن يكون مثلا المستوى الأول من السلسلة الزمنية. كما يستخدم أحيانا متوسط مستوى الظاهرة لعدة فترات زمنية، خاصة عند السلاسل الزمنية شديدة التقلبات، مثلما هو الشأن بالنسبة للسلاسل الزمنية الخاصة بالإنتاج الزراعي، حيث كثيرا مايعرف هذا الإنتاج تقلبات شديدة من سنة إلى أخرى لهذا فإن إختيار سنة واحدة كأساس للمقارنة قد يجعل العملية غير موضوعية، لهذا يأخذ متوسط الإنتاج خلال 3 و4 سنوات كأساس للمقارنة.

2 - 2 - 1 - التغير المطلق

يبين مقدار وحدات الزيادة أو النقصان في مستوى الظاهرة مقارنة بفترة الأساس، أي مقدار الزيادة أو النقصان خلال فترة زمنية معينة، إذا فالتغير المطلق هو عبارة عن الفرق بين مستوى الظاهرة في فترة المقارنة Y_i ومستوى الظاهرة في فترة الأساس Y_{i-t}، إذا :

$$\Delta = Y_i - Y_{i-t}$$

حيث t وحدة زمنية و i دليل الفترة الخاص بالسلسلة الزمنية وبالتالي $i - t$ هو مجال زمني يخص إمتداد فترة المقارنة.

فإذا كان مستوى الظاهرة قد تناقص فإن $\Delta < 0$ وبالتالي Δ يميز هنا التناقص

المطلق لمستوى الظاهرة.

أما إذا كان مستوى الظاهرة قد تزايد فإن $\Delta > 0$ وبالتالي Δ يميز التزايد المطلق لمستوى الظاهرة.

2 - 2 - 2 - معدل النمو T

يبين المقدار الذي يزيد أو يقل به مستوى الظاهرة في فترة المقارنة مقارنة بمستواها في فترة الأساس، معبرا عنه بنسبة مئوية.

$$T = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} \cdot 100$$

- ونقول أنه إذا كان مستوى فترة الأساس هو 100 فقد أصبح في فترة المقارنة %T.

2 - 2 - 3 - معدل الزيادة Tc

يعبر عن المقدار النسبي للزيادة مقارنة بنسبة الأساس.

$$T_c = \frac{\Delta}{Y_{i-1}} = \frac{Y_i - Y_{i-1}}{Y_{i-1}} = \frac{Y_i}{Y_{i-1}} - 1 = T - 1$$

أي أن معدل الزيادة هو عبارة عن معدل النمو ناقصا 100. ونقول أن مستوى الظاهرة قد زاد أو نقص في فترة المقارنة مقارنة بمستواه في سنة الأساس بـ %Tc.

وباستخدام معطيات الجدول رقم (2) الخاص بعدد السكان والمواليد الأحياء بالجزائر خلال الفترة 1984 - 1990 يمكننا أن نرى كيفية حساب المؤشرات السابقة.

فمثلا إذا أردنا الحصول على الزيادة المطلقة للسكان خلال الفترة 1984-1990 نكتب :

$$\Delta_{1990-1984} = Y_{1990} - Y_{1984} = 25{,}012 - 21{,}175 = 3{,}837$$

أي أن عدد سكان الجزائر قد زاد خلال الفترة 1984 - 1990 بمقدار 3,837 مليون نسمة.

أما إذا أردنا حساب معدل النمو لنفس الفترة فإننا نكتب :

$$T = \frac{Y_{1990}}{Y_{1984}} \cdot 100 = \frac{25,012}{21,175} \cdot 100 = 118,12\%$$

ونقول أنه إذا كان مستوى عدد السكان في سنة 1984 يعادل 100 فإن مستواه في سنة 1990 قد بلغ 118,12.

أما معدل الزيادة لنفس الفترة فهو عبارة عن :

$$Tc_{1990-1984} = T_{1990-1984} - 100 = 118,12 - 100 = 18,12\%$$

ونقول أن عدد السكان في سنة 1990 قد إزداد مقارنة بنسبة 1984 بـ 18,12%.

2 - 3 - المؤشرات الوسطية للسلاسل الزمنية

مع مرور الزمن لاتتغير مستويات السلسلة الزمنية فقط، بل تتغير مقاييس ديناميكيتها، فالزيادة المطلقة تتغير من فترة زمنية إلى أخرى وكذلك معدل النمو ومعدل الزيادة، لهذا ومن أجل تعميم خصائص هذا التطور نستخدم المقاييس المتوسطة للسلاسل الزمنية.

إن المؤشرات الوسطية للسلاسل الزمنية تخضع تماما لنظرية المتوسطات، أي أن المتوسط يكون معياريا إذا كانت الظاهرة خلال الفترة المحسوب لها هذا المتوسط مستقرة نسبيا، أو تتطور خلالها الظاهرة بشكل منتظم، أما المتوسط الذي يتم حسابه لفترة تميزت بمراحل مختلفة من تطور الظاهرة فسيكون غير تمثيلي وإستخدامه

يجب أن يكون مقرونا بالحذر، وهذه أهم المؤشرات الوسطية للسلاسل الزمنية.

2 - 3 - 1 - المستوى المتوسط للسلسلة الزمنية $\overline{Y}$

وهو عبارة عن مجموع عدد مستويات السلسلة الزمنية مقسومة على عددها أي :

$$\overline{Y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} Y_i}{n}$$

حيث Y_i هي مستويات السلسلة الزمنية $(i = 1, 2, 3 \ldots\ldots n)$ و n عدد هذه المستويات.

عمليا يجب التفرقة بين حساب هذا المؤشر بالنسبة لسلسلة زمنية مجالية وتقويمية.

فإذا كانت مستويات السلسلة الزمنية مجالية مثل ما هو الشأن بالنسبة للسلسلة الزمنية الخاصة بعدد المواليد الأحياء في الجزائر من 1984 إلى 1990 (العمود الثالث من الجدول رقم 2)، فإن المسألة بسيطة حيث يحسب المستوى المتوسط لهذه السلسلة بجمع مستوياتها مباشرة وقسمة مجموعها على عددها أي :

$$\overline{Y} = \frac{833{,}110 + 845{,}381 + 764{,}537 + 782{,}336 + 788{,}861 + 741{,}636 + 758{,}533}{7}$$

$$\overline{Y} = 787{,}770$$

أي أن المتوسط السنوي لعدد المواليد الأحياء خلال الفترة 1984 - 1990 في الجزائر هو 787,770 مولود حي.

أما عند السلاسل الزمنية التقويمية فإنه ينبغي أولا الحصول على المستوى المتوسط للظاهرة خلال كل فترة، أي جمع مستوى الظاهرة في بداية الفترة مع مستواه في نهاية الفترة وقسمة المجموع على إثنين.

ومتوسط مستوى السلسلة الزمنية في هذه الحالة يحسب كالتالي :

$$\overline{Y} = \frac{\frac{Y_1 + Y_2}{2} + \frac{Y_2 + Y_3}{2} + \frac{Y_3 + Y_4}{2} + \ldots\ldots + \frac{Y_{n-1} + Y_n}{2}}{n-1}$$

هذه الصيغة يمكن كتابتها باختصار :

$$\overline{Y} = \frac{\frac{Y_1}{2} + Y_2 + Y_3 + Y_4 + \ldots\ldots + Y_{n-1} + \frac{Y_n}{2}}{n-1}$$

وتعتبر هذه الصيغة الأخيرة هي الصيغة المختصرة لحساب متوسط مستوى السلسلة الزمنية لمستويات تقويمية.

ومن معطيات العمود الأول من الجدول رقم (2) الخاص بعدد السكان والمواليد الأحياء في الجزائر، نجد أن مستويات تلك السلسلة الزمنية معطاة على أنها مستويات خاصة بمنتصف السنة، أي كل مستوى في هذه السلسلة الزمنية هو عبارة عن متوسط مستوى الظاهرة في الفترة المقابلة له. وفي هذه الحالة يمكننا الحصول على المستوى المتوسط للسلسلة الزمنية مباشرة أي :

$$\overline{Y} = \frac{21{,}175 + 21{,}850 + 22{,}499 + 23{,}116 + 23{,}770 + 24{,}397 + 25{,}012}{7}$$

$$\overline{Y} = 23{,}117$$

أي أن المتوسط السنوي لعدد السكان خلال الفترة 1984 - 1990 هو 23,117 مليون نسمة.

2 - 3 - 2 - متوسط الزيادة المطلقة $\overline{\Delta}$

وهو مؤشر يبين مقدار الوحدات التي زاد بها أونقص بها مستوى السلسلة مقارنة بالمستوى السابق له في المتوسط خلال وحدة زمنية معينة، شهر أو سنة ...

هذا المؤشر يميز السرعة المتوسطة المطلقة لنمو مستويات الظاهرة وهو دوما مؤشر مجالي ويحسب عن طريق قسمة الزيادة الكلية التي حصلت في كل الفترة على عدد هذه الزيادات، فإذا إعتبرنا n هو عدد مستويات السلسلة الزمنية فإن :

$$\overline{\Delta} = \frac{Y_n - Y_1}{n - 1}$$

أو

$$\overline{\Delta} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} \Delta i}{n - 1}$$

ومن معطيات الجدول رقم (2) يمكننا أن نحسب متوسط الزيادة المطلقة لعدد السكان في الجزائر خلال الفترة 1984 - 1990.

$$\overline{\Delta} = \frac{25{,}012 - 21{,}175}{6} = 0{,}6395$$

أو :

$$\overline{\Delta} = \frac{0{,}675 + 0{,}649 + 0{,}617 + 0{,}654 + 0{,}654 + 0{,}627 + 0{,}615}{6}$$

$$\overline{\Delta} = 0{,}6395$$

أي أن عدد سكان الجزائر قد زاد وسطيا خلال الفترة 1984 - 1990 بـ 0,6395 مليون نسمة في السنة.

2 - 3 - 3 - معدل النمو الوسطي $\overline{T}$

يبين المقدار النسبي المتوسط الذي زاد أو نقص به مستوى الظاهرة مقارنة بالمستوى السابق في المتوسط خلال وحدة زمنية معينة (في المتوسط سنويا، في المتوسط شهريا ..)، يحسب هذا المؤشر أحيانا بطريقة الوسط الحسابي، أي بجمع معدلات النمو المسجلة خلال فترات السلسلة الزمنية (حيث عدد مستويات السلسلة الزمنية هو n وعدد معدلات النمو هو n - 1) وقسمة مجموعها على عددها أي :

$$\overline{T} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} T_i}{n-1}$$

وغالبا ماتستعمل صيغة الوسط الهندسي لحساب معدلات النمو الوسطي وذلك وفقا لما يلي :

$$\overline{T} = \sqrt[n-1]{T_1 \cdot T_2 \cdot T_3 \ldots T_{n-1}}$$

يمكن فك هذه الصيغة بالتعويض عن قيم T_i $(i = 1, 2, 3 \ldots n-1)$ لنحصل على :

$$\overline{T} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_2}{Y_1} \cdot \frac{Y_3}{Y_2} \cdot \frac{Y_4}{Y_3} \cdot \ldots\ldots \frac{Y_{n-1}}{Y_{n-2}} \cdot \frac{Y_n}{Y_{n-1}}}$$

وبالتالي : $\overline{T} = \sqrt[n-1]{\frac{Y_n}{Y_1}}$ إذا : $\log \overline{T} = \frac{\log Y_n - \log Y_1}{n-1}$

وبتطبيق هذه الصيغة على معطيات العمود2 من الجدول رقم (2) نحصل على:

$$\log \overline{T} = \frac{\log 25{,}012 - \log 21{,}175}{6} = \frac{1{,}398 - 1{,}325}{6}$$

$$\log \overline{T} = \frac{0{,}073}{6} = 0{,}01216$$

ومنه : $\overline{T}=1,0284$.

أي أن عدد السكان ينمو وسطيا كل سنة خلال الفترة 1984 - 1990 بمقدار %102,84.

2 - 3 - 4 – معدل الزيادة الوسطي $\overline{T}_c$

يعبر عن المقدار النسبي المتوسط للزيادة أو النقصان مقارنة بالمستوى السابق في المتوسط خلال وحدة زمنية معينة معبرا عنه بنسبة مئوية (في المتوسط سنويا، في المتوسط شهريا ...)، ونقول أن مستوى الظاهرة قد زاد (أو نقص) في المتوسط في كل فترة من الفترات الزمنية المعينة بـ $\overline{T}_c$%.

ويحسب هذا المؤشر بطرح 100 من معدل النمو الوسطي أي :

$$\overline{T}_c = \overline{T} - 100$$

ومن المثال السابق فإن معدل الزيادة الوسطي لعدد السكان في الجزائر خلال الفترة 1984 - 1990 هو : $\overline{T}_c = 102,84 - 100 = 2,84\ \%$.

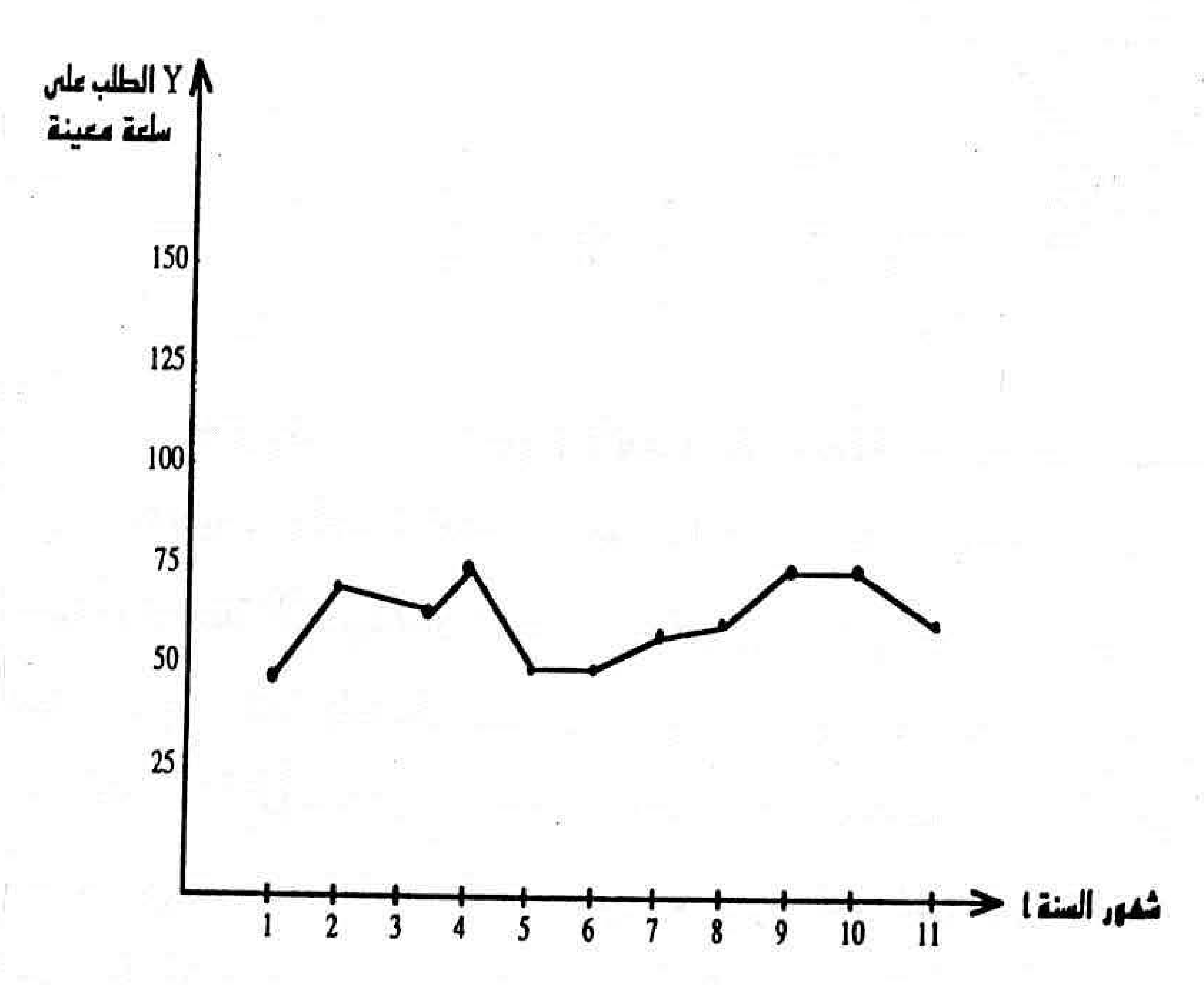
2 - 4 – السلاسل الزمنية المستقرة وغير المستقرة

قبل الشروع في دراسة الإتجاه الأساسي نحو الزيادة أو النقصان لابد من التأكد أولا من وجود إتجاه في السلسلة الزمنية، وحسب طبيعة نمو السلسلة الزمنية يمكننا أن نميز بين سلاسل زمنية مستقرة SERIES CHRONOLOGIQUES STATIONNERES وسلاسل زمنية غير مستقرة SERIES CHRONOLOGIQUES NON STATIONNERES أي ذات إتجاه.

كون السلسلة الزمنية تحمل هذه الخاصية أو تلك لها علاقة مباشرة باختيار تقنية التوقع المناسبة، وهناك حتى من يصنف تقنيات التوقع على هذا الأساس،

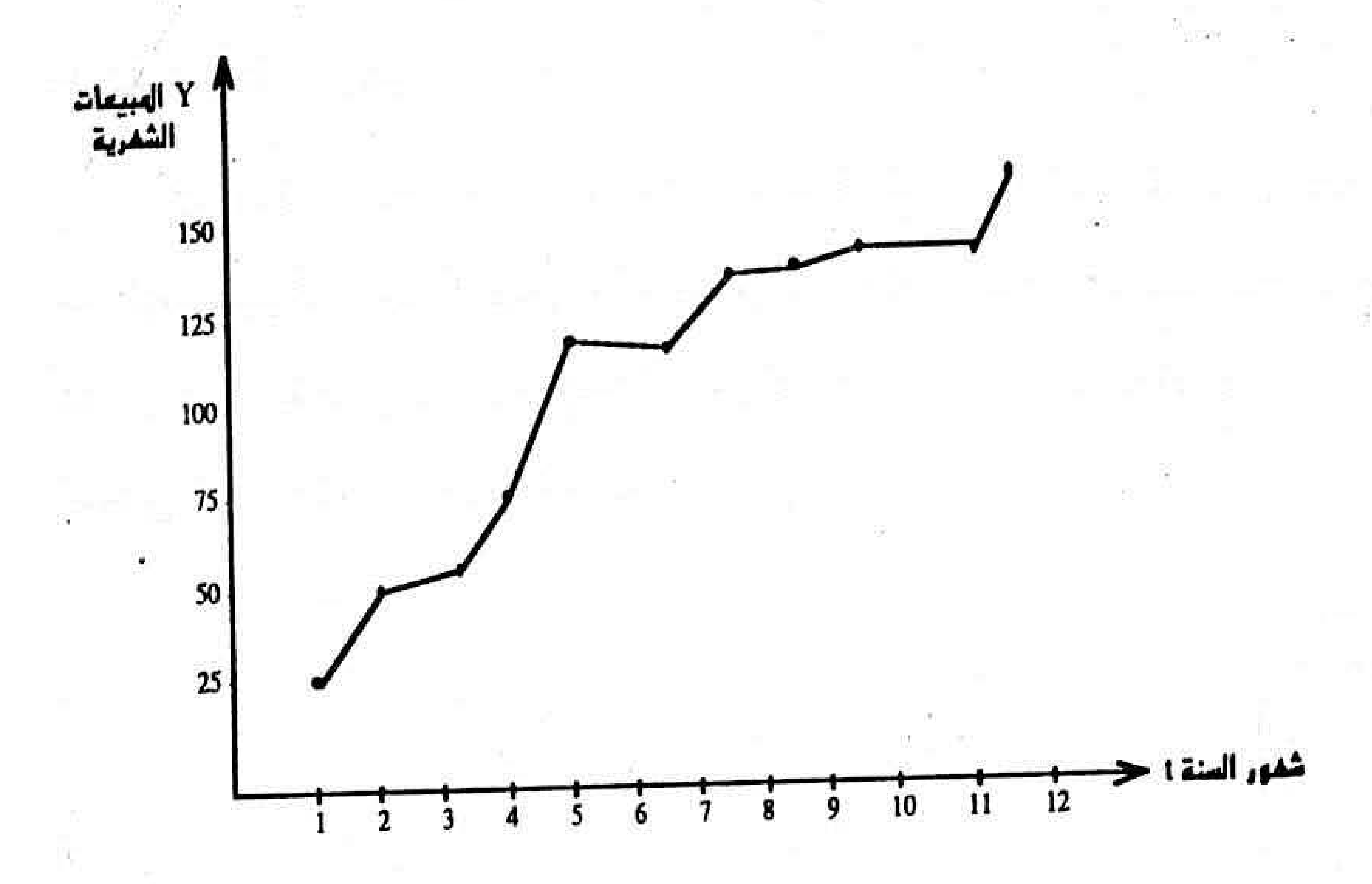
تقنيات التوقع للسلاسل الزمنية المستقرة وتقنيات التوقع للسلاسل الزمنية غير المستقرة [أنظر المرجع 5].

إن السلسلة الزمنية المستقرة هي تلك السلسلة الزمنية التي تتغير مستوياتها مع الزمن دون أن يتغير المستوى المتوسط فيها، وذلك خلال فترة زمنية طويلة نسبيا، أي أن السلسلة لا يوجد فيها إتجاه لانحو الزيادة ولا نحو النقصان، وهذا التمثيل البياني لمستويات سلسلة زمنية مستقرة.



شكل رقم (1) : الصورة المعيارية لسلسلة زمنية مستقرة

أما السلسلة الزمنية غير المستقرة فإن المستوى المتوسط فيها يتغير باستمرار سواء نحو الزيادة أو النقصان. وهذا تمثيل بياني لسلسلة زمنية غير مستقرة.



شكل رقم (2) : الصورة المعيارية لسلسلة زمنية غير مستقرة

وقد يصعب أحيانا تحديد طبيعة السلسلة الزمنية، مستقرة أم غير مستقرة، سواء بالملاحظة البسيطة أو حتى بواسطة الرسم البياني، هنا نلجأ إلى إستخدام مقاييس إحصائية لإختبار وجود أو عدم وجود الإتجاه في السلسلة الزمنية، أبسط هذه المقاييس(*) وأكثرها إستعمالا هي القيام بتقسيم السلسلة الزمنية إلى قسمين متساويين ثم حساب المتوسط الحسابي لكل قسم، فإذا كان المتوسطان الحسابيان متساويان أو قريبين من بعظهما، نقول أنه لايوجد إتجاه في السلسلة الزمنية

(*) هناك طرق أخرى لاختيار وجود الإتجاه في السلسة الزمنية منها طريقة فورستر وستيوارث، أنظر :

- FORSTER F. G. STUART A., DISTRIBUTION - FREE TESTS IN TIME SERIES BASED ON THE BREAKING OF RECORDS «JOURNAL OF THE ROYAL STATISTICAL SOCIETEY», SER B. L., V. XVI, N° 1, 1954.

وبالتالي فهي مستقرة، أما إذا كان هناك عدم تساوي ملحوظ فإننا نستنتج أن هناك إتجاه في السلسلة الزمنية، أي أن السلسلة الزمنية غير مستقرة. ويمكن التأكد أكثر وذلك باختبار معنوية هذا الإختلاف، أي التأكد من أن الإختلاف بين المتوسطين معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة. هناك عدة إختبارات يمكن إستخدامها لهذا الغرض تختلف حسب حجم السلسلة الزمنية وطبيعة التباين في قسمي السلسلة الزمنية[*].

يجب الإشارة إلى أن هناك إمكانية لتحويل سلسلة زمنية غير مستقرة إلى سلسلة زمنية مستقرة وذلك باللجوء إلى تحويل مستويات السلسلة الزمنية الأصلية إلى سلسلة زمية جديدة تتشكل من التغيرات الحلقية (الفرق بين المستوى والذي يليه في كل مرة) للمستويات الأصلية فمثلا بالنسبة للسلسلة الزمنية الخاصة بتطور عدد سكان الجزائر خلال الفترة 1984 - 1990.

جدول رقم (03) : تطور عدد سكان الجزائر خلال الفترة 1984-1990

السنة	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990
عدد السكان (مليون نسمة) -تقديرات منتصف السنة-	21,175	21,850	22,499	23,116	23,770	24,397	25,012

بمجرد نظرة عابرة لهذا الجدول، وبدون اللجوء إلى التمثيل البياني أو أية طريقة إحصائية أخرى، يمكننا أن نلحظ أن السلسلة الزمنية غير مستقرة وبها إتجاه واضح نحو الزيادة. في هذه الحالة لا يمكننا إستخدام بعض التقنيات الإحصائية التي سنتعرف عليها لاحقا والخاصة بالتوقع عند السلاسل الزمنية المستقرة، غير أن هناك

(*) أنظر كتب الإحصاء الرياضي، مثلا :

LEONARD J. KAZMIER, STATISTIQUE DE LA GESTION, SERIE SCHAUM, Mc, GRAW-HILL, 1982.

إمكانية لتحويل هذه السلسلة الزمنية إلى سلسلة مستقرة وذلك بتحويلها إلى سلسلة جديدة تعبر مستوياتها عن التغيرات المطلقة السنوية ΔY_i وليس عن المستويات المطلقة السنوية Y_i كما هي في السلسلة الزمنية الأصلية.

وفيما يلي نبين كيفية عملية التحويل.

جدول رقم (04) : تحويل السلسلة الزمنية الخاصة بتطور عدد السكان في الجزائر خلال الفترة 1984 - 1990 إلى سلسلة زمنية مستقرة

1990	1989	1988	1987	1986	1985	1984	السنة
25,012	24,397	23,770	23,116	22,499	21,850	21,175	عدد السكان Y_i (مليون نسمة)
0,615	0,627	0,654	0,617	0,649	0,675	-	التغيرات المطلقة السنوية ΔY_i

وإذا إقتضت الضرورة يمكن اللجوء إلى دراسة السلسلة الزمنية الخاصة بالتغيرات المطلقة السنوية من الدرجة الثانية $\Delta^2 Y_i$.

جدول رقم(05):التغيرات المطلقة السنوية من الدرجة الأولى ΔY_i والتغيرات المطلقة السنوية من الدرجة الثانية $\Delta^2 Y_i$ في عدد سكان الجزائر خلال الفترة 1984-1990

1990	1989	1988	1987	1986	1985	1984	السنة
0,615	0,627	0,654	0,617	0,649	0,675	-	ΔY_i
- 0,012	- 0,027	- 0,037	- 0,032	- 0,026	-	-	$\Delta^2 Y_i$

يلاحظ أن عدد مستويات السلسلة الزمنية ينقص بمستوى واحد عند تحويل السلسلة الزمنية من مستوياتها الأصلية Y_i إلى سلسلة زمنية خاصة بالتغيرات

المطلقة ΔY_i وينقص بمستويين في سلسلة التغيرات المطلقة من الدرجة الثانية، فإذا كان عدد مستويات السلسلة الزمنية الأصلية n فإن السلسلة ΔY_i ستحتوي على n - 1 مستوى، أما السلسلة $\Delta^2 Y_i$ فستحتوي n - 2 مستوى وهكذا.

2 - 5 - تسوية السلاسل الزمنية

تتغير السلاسل الزمنية عادة بتغير مستوياتها من فترة إلى أخرى بفعل عوامل نظامية وعوامل عشوائية، والهدف من تسوية السلاسل الزمنية هو إلغاء تأثير العوامل العشوائية وتعديل مستويات السلسلة الزمنية لتعبر أكثر عن المسار الحقيقي لتطور الظاهرة المدروسة، لهذا فإن عملية تسوية السلاسل الزمنية هي أيضا عملية لتوضيح طبيعة نمو السلسلة الزمنية، في إستقرار، في تزايد أم في إنخفاض.

هناك عدة طرق لتسوية السلاسل الزمنية منها التسوية عن طريق ضم الفترات والطريقة الميكانيكية [أنظر المرجع 6]. سوف نتعرف هنا على طريقتين فقط لما لهما من أهمية وعلاقة مباشرة بموضوع التوقع، الطريقتان هما : الأوساط المتحركة ومعادلة الإتجاه.

2 - 5 - 1 - تسوية السلاسل الزمنية بواسطة الأوساط المتحركة

تعتمد هذه الطريقة على حساب المتوسط الحسابي لعدد معين من المستويات الأولى للسلسلة الزمنية، ثم حساب المتوسط الحسابي لعدد آخر من مستويات السلسلة الزمنية يساوي العدد الأول ولكن بدءا من المستوي الثاني من مستويات السلسلة الزمنية، ثم نحسب المتوسط الحسابي بدءا من المستوى الثالث وهكذا.

نلاحظ أنه أثناء قيامنا بحساب هذه المتوسطات كأننا نتحرك -نتدحرج- على السلسلة الزمنية بدءا من بدايتها نحو نهايتها، وفي كل مرة نتخلص من مستوى واحد في البداية ونضيف المستوى الموالي. وفيما يلي مثال عن تسوية زمنية باستخدام الأوساط المتحركة.

جدول رقم (06) : المبيعات السنوية لإحدى المساحات الكبرى

السنة	قيمة المبيعات السنوية	الأوساط المتحركة على أساس 3 سنوات	الأوساط المتحركة أساس 5 سنوات
1983	2010	-	-
1984	2025	2025,6	-
1985	2042	1992,3	1989,4
1986	1910	1970,6	2007,6
1987	1960	1990,3	2012,6
1988	2101	2037,0	2030,2
1989	2050	2093,6	2078,6
1990	2130	2110,6	2107,2
1991	2152	2128,3	2103,0
1992	2103	2111,6	2131,6
1993	2080	2125,3	-
1984	2193	-	-

نستعمل عادة عدد فردي للفترات الزمنية التي يحسب على أساسها الوسط الحسابي المتحرك مثل 3 فترات كما هو في العمود رقم 3 من الجدول رقم (6)، أو 5 فترات كما هو في العمود رقم 4 من نفس الجدول، ويتم تنسيب الوسط الحسابي إلى الفترة الوسطى.

لقد تم حساب المتوسط الحسابي الأول في العمود رقم 3 كالتالي :

$$2025,6 = \left(\frac{2042 + 2025 + 2010}{3} \right)$$

وتم تنسيب هذا المتوسط إلى سنة 1984 باعتبارها تتوسط السنتين 1983 و1985، وتم الحصول على المتوسط الحسابي الثاني في نفس العمود كالتالي :

$$1992,3 = \left(\frac{1910 + 2042 + 2025}{3} \right)$$

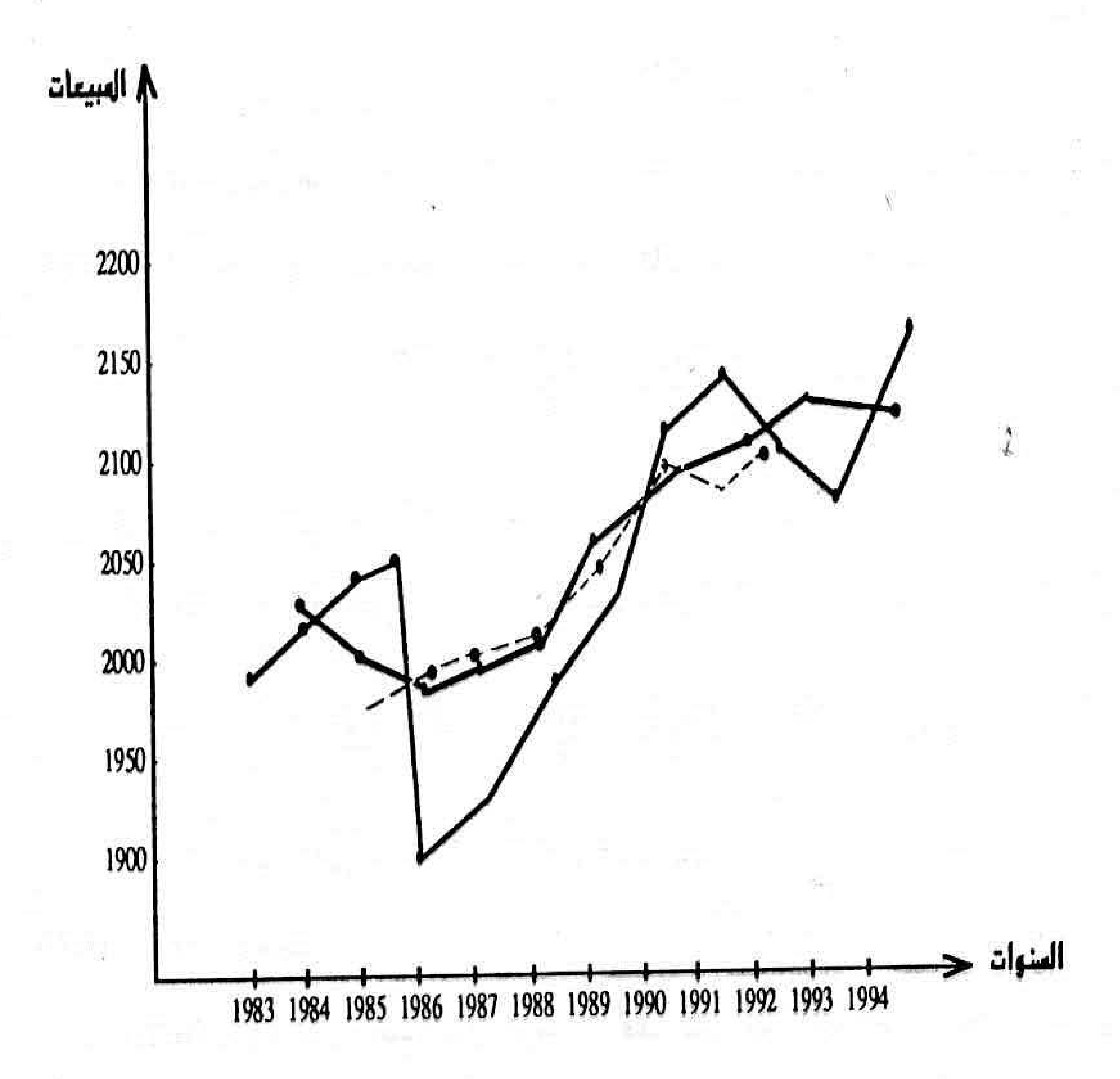
وتم تنسيبه إلى سنة 1985 وهكذا.

أما المتوسط الحسابي الأول في العمود رقم 4 فقد تم الحصول عليه كالتالي :

$$1989,4 = \left(\frac{1960 + 1910 + 2042 + 2025 + 2010}{5} \right)$$

وتم تنسيبه إلى سنة 1985 لأنها تتوسط السنوات 1983، 1984، 1985، 1986، 1987 وهكذا.

يلاحظ أن تسوية السلاسل الزمنية وفقا لطريقة الأوساط المتحركة ينجم عنه تقليص عدد مستويات السلسلة الزمنية في أولها وفي آخرها بمقدار (N-1)/2 حيث N هو الأساس الذي أستخدم في حساب الوسط الحسابي. وبالتالي فكلما كان الأساس كبيرا كلما إزداد تقلص عدد المستويات، في حين أنه كلما كان هذا الأساس كبيرا كلما أدى ذلك إلى إستبعاد العوامل العشوائية وأعطى نتائج أفضل في وصف تطور السلسلة الزمنية كما هو واضح من خلال الرسم البياني التالي :



شكل رقم (3) : المبيعات السنوية لإحدى المساحات الكبرى

المستويات المطلقة الفعلية ———

الأوساط المتحركة اساس 3 ———

الأوساط المتحركة على اساس 5 - -

تجدر الإشارة إلى أنه عند إستخدامنا لطريقة الأوساط المتحركة في التوقع نقوم بتنسيب الوسط الحسابي ليس إلى الفترة الوسطى، إنما إلى الفترة اللاحقة لآخر فترة حسب على أساسها الوسط الحسابي، أي أن الوسط الحسابي المتحرك هو نفسه

المستوى المتوقع. وبالتالي فعند إستخدام تقنية الأوساط المتحركة من أجل التوقع لا يشترط أن يكون الأساس فرديا ، وسنرى ذلك بالتفصيل في الفصل القادم.

2 - 5 - 2 - تسوية السلاسل الزمنية بواسطة معادلة الإتجاه

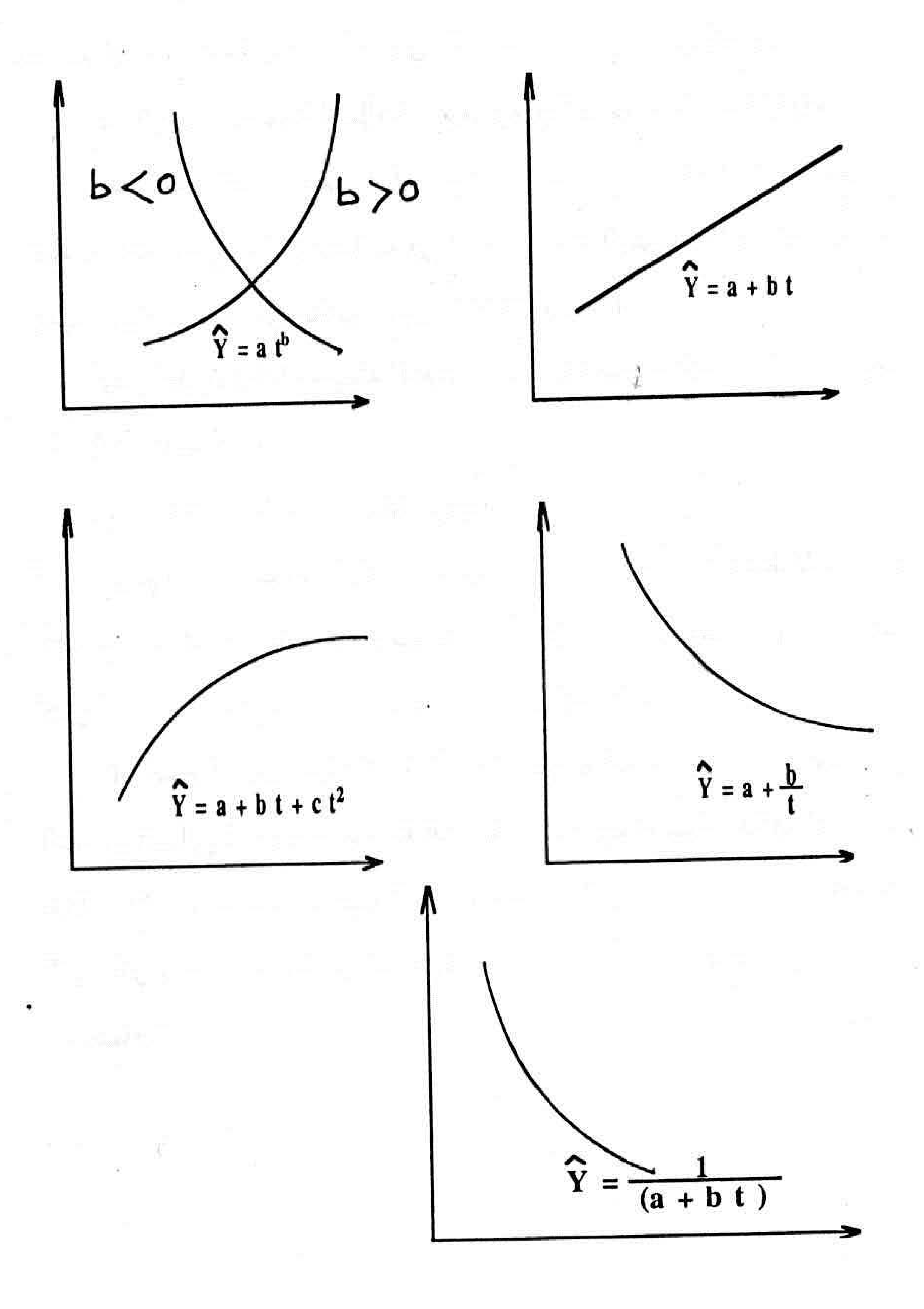
تنطوي هذه الطريقة على صياغة معادلة بحيث $Y_i = f(t)$، أي أن مستويات السلسلة الزمنية Y_i دالة إحصائية في الزمن t، ويمثل الزمن هنا المحصلة النهائية لجميع العوامل المؤثرة في الظاهرة المدروسة Y [7 ص 41].

ومن أجل إستخدام معادلة الإتجاه في تسوية السلسلة الزمنية لابد من المرور بالخطوات التالية :

1 - تحديد شكل معادلة الإتجاه

رغم أن الكثير من المراجع تستخدم دون تبرير معادلة الخط المستقيم $\hat{Y} = a + bt$ لوصف تطور ظاهرة معينة عبر الزمن، غير أن حقيقة تطور الظواهر كثيرا ماتكون معقدة وقد تتطلب أشكال أخرى من المعادلات.

إن أبسط الطرق لمعرفة شكل المعادلة المناسب لتسوية السلسلة الزمنية هي التمثيل البياني لمستويات السلسلة الزمنية، ثم محاولة إستنباط شكل المعادلة من خلال شكل إنتشار سحابة النقاط على الرسم البياني، وفيما يلي بعض الأشكال التي يمكن مصادفتها في السلاسل الزمنية الخاصة بالظواهر الإقتصادية والإجتماعية :


b<0
b>0
$\hat{Y} = a\, t^b$
$\hat{Y} = a + b\, t$
$\hat{Y} = a + b\, t + c\, t^2$
$\hat{Y} = a + \frac{b}{t}$
$\hat{Y} = \frac{1}{(a + b\, t)}$

كما يمكن اللجوء إلى تحليل طبيعة الزيادات المطلقة بين فترة وأخرى ΔY_i وكذا الزيادات من المرتبة الثانية $\Delta^2 Y_i$ والثالثة $\Delta^3 Y_i$، لمعرفة طبيعة نمو الظاهرة وبالتالي تحديد معادلة الإتجاه [2 ص 212].

وقد نضطر لتقدير أكثر من معادلة (مثلا خطية بسيطة $\widehat{Y} = a + b\,t$ ومقعرة من الدرجة الثانية $\widehat{Y} = a + b\,t + ct^2$) ثم يتم إختيار تلك المعادلة التي تعطى أقل خطأ معياري للتقدير.

2 - تقدير معالم معادلة الإتجاه

بعد الإنتهاء من تحديد شكل المعادلة المناسب لوصف تطور الظاهرة خلال الفترة المدروسة نقوم بتقدير معلمات تلك المعادلة ونستخدم عادة طريقة المربعات الصغرى.

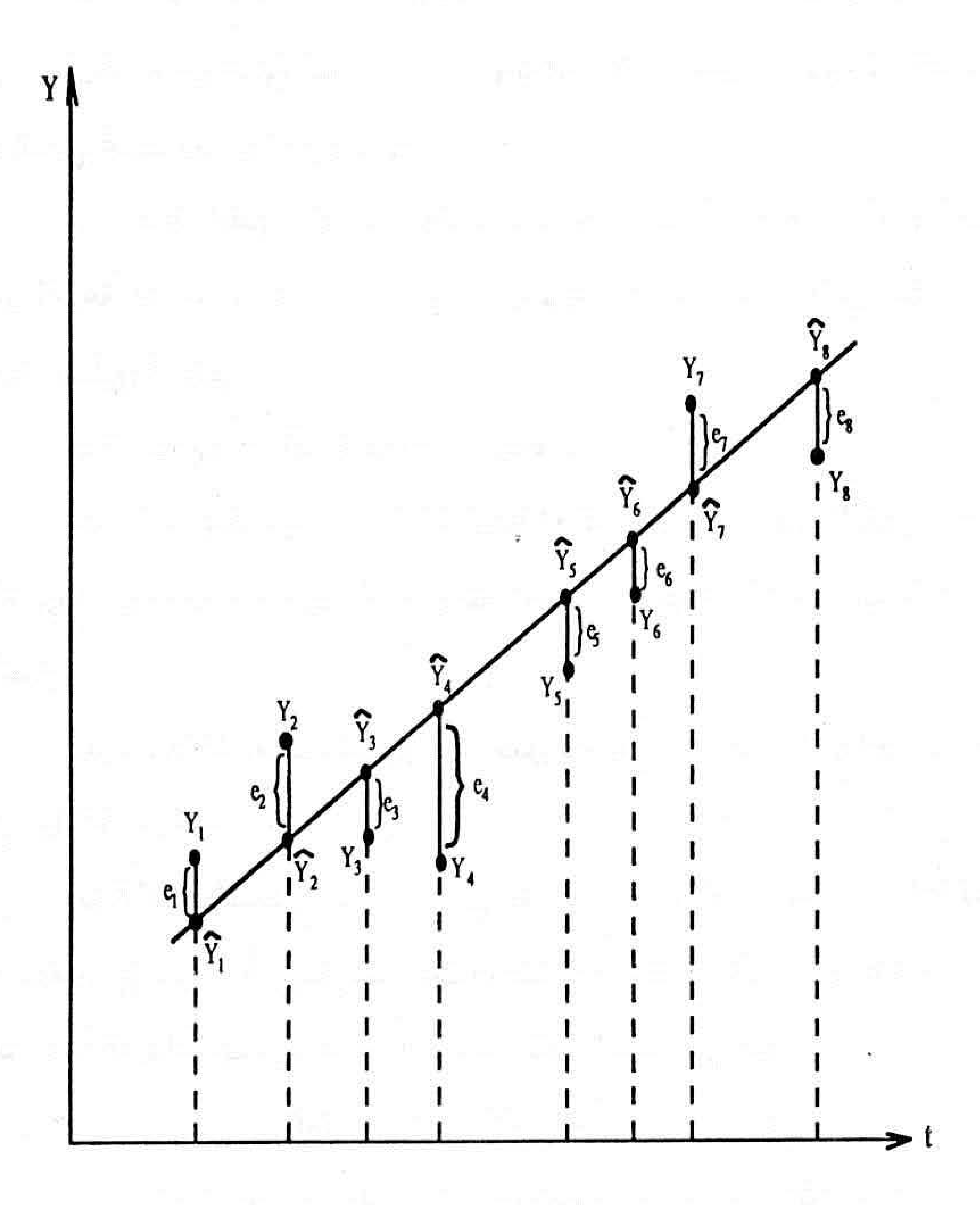
يقوم مبدأ المربعات الصغرى على جعل مجموع إنحرافات القيم الفعلية عن المقدرة أقل مايمكن.

فإذا كانت المستويات المقدرة في العينة المدروسة تحدد وفقا لمعادلة الخط المستقيم $\widehat{Y} = a + b\,t$ بينما المستويات الفعلية تحدد وفقا للمعادلة $Y = a + bt + e$ فإن مبدأ المربعات الصغرى يهدف إلى جعل المقدار التالي أقل مايمكن :

$$SSE^{(*)} = \sum e_i^2 = \sum (Y - \widehat{Y})^2 = MIN.$$

حيث ei تمثل الفرق بين المستويات الحقيقية Yi والمستويات المقدرة $\widehat{Y}i$ والرسم البياني التالي يوضح فكرة المربات الصغرى.

(*) SSE - Sum of squars of errors.



شكل رقم (4) : مبدأ المربعات الصغرى

لدينا : $SSE = \sum (Y - \hat{Y})^2$

بالتعويض عن $\hat{Y}$ حيث $\hat{Y} = a + bt$ ينتج لدينا :

$$SSE = \sum (Y - a - bt)^2$$

ولما كان $SSE = f(a, b)$ وبالتالي فإن أصغر مقدار لـ SSE يمكن الحصول عليه بإجراء الإشتقاقات الجزئية بالنسبة لكل معلمة وجعلها مساوية للصفر :

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial a} = -2 \sum (Y - a - bt) = 0$$

$$= \sum Y - n a - b \sum t = 0$$

$$\sum Y = n a + b \sum t$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b} = -2 \sum t (Y - a - bt) = 0$$

$$\sum Y t - a \sum t - b \sum t^2 = 0$$

$$\sum Y t = a \sum t + b \sum t^2$$

وبالتالي فإن عملية تقدير المعلمتان a و b يتم بحل المعادلتين :

$$\sum Y = n a + b \sum t$$

$$\sum Y t = a \sum t + b \sum t^2$$

وبنفس الطريقة يمكننا تقدير معلمات أي شكل آخر لمعادلة الإتجاه. فلو كنا مثلا أمام معادلة من الشكل : $Y = b_0 + b_1 t + b_2 t^2$.

فإن : $SSE = \sum e_i^2 = \sum (Y - b_0 - b_1 t - b_2 t^2)^2$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_0} = -2 \sum (Y - b_0 - b_1 t - b_2 t^2) = 0$$

$$\sum Y - n b_0 - b_1 \sum t - b_2 \sum t^2 = 0$$

$$\sum Y = n b_0 + b_1 \sum t + b_2 \sum t^2 \quad \text{........ (1)}$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_1} = -2 \sum t (Y - b_0 - b_1 t - b_2 t^2) = 0$$

$$\sum Y t - b_0 \sum t - b_1 \sum t^2 - b_2 \sum t^3 = 0$$

$$\sum Y t = b_0 \sum t + b_1 \sum t^2 + b_2 \sum t^3 \quad .... (2)$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b_2} = -2 \sum t^2 (Y - b_0 - b_1 t - b_2 t^2) = 0$$

$$\sum Y t^2 - b_0 \sum t^2 - b_1 \sum t^2 - b_2 \sum t^4 = 0$$

$$\sum Y t^2 = b_0 \sum t^2 + b_1 \sum t^3 + b_2 \sum t^4 \quad ... (3)$$

وبنفس الطريقة يمكننا إستنباط المعادلات اللازمة لتقدير أي شكل من أشكال معادلات الإتجاه الممكنة.

3 - تسوية السلسلة الزمنية وفقا لمعادلة الإتجاه

بعد تقدير المعادلة نقوم بالتعويض عن قيم t في المعادلة المقدرة ومن ثم إستنتاج المستويات المقدرة $\hat{Y}_i$ المقابلة للمستويات الفعلية Y_i.

ملاحظة

من أجل إختصار العمليات الحسابية يمكننا إعطاء قيم لـ t بحيث يصبح $\sum t = 0$ وبالتالي تكتب المعادلتين السابقتين الخاصتين بمعادلة الإتجاه من الشكل $\hat{Y} = a + bt$ كالتالي :

$$\sum Y = n a$$

$$\sum Y t = b \sum t^2$$

ومنه :

$$b = \frac{\sum Y t}{\sum t^2} \quad , \qquad a = \frac{\sum Y}{n}$$

مثال : إذا كانت لدينا الإحصاءات التالية خاصة بالإنتاج السنوي لإحدى المؤسسات خلال الفترة 1988 - 1994 كالتالي :

جدول رقم (7) : الإنتاج السنوي لإحدى المؤسسات 1988 - 1994 والمجاميع اللازمة لتقدير معادلة الإتجاه

السنة	الإنتاج السنوي (Y)	t	Yt	t^2	$\hat{Y}$
1988	129,6	- 3	- 388,8	9	129,12
1989	147,9	- 2	- 295,8	4	148,12
1990	166,1	- 1	- 166,1	1	167,12
1991	186,2	0	0	0	186,12
1992	206,6	1	206,6	1	205,12
1993	223,6	2	447,2	4	224,12
1994	242,9	3	728,7	9	243,12
المجموع	1302,9	0	531,8	28	1302,84

ملاحظة : من المفروض أن $\Sigma Y = \Sigma \hat{Y}$ والإختلاف البسيط راجع إلى أخذنا فقط لرقمين بعد الفاصلة في عمود $\hat{Y}i$.

إذا : $a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{1302}{7} = 186{,}12$ و $b = \frac{\sum Yt}{\sum t^2} = \frac{531{,}8}{28} = 19$

وبالتالي فإن معادلة الإتجاه هي : $\hat{Y} = 186{,}12 + 19\,t$.

ملاحظة

بالنسبة لقيم t في معادلة الإتجاه يمكننا إعطاءها قيم معينة بحيث يكون $\sum t = 0$ كما فعلنا في مثالنا أعلاه. ففي حالة كون عدد مستويات السلسلة الزمنية زوجي فإننا نعطي للقيمتين الوسطيتين 1- و 1+ ثم نكمل نحو الأعلى 3 -، 5 -، 7 - ونحو الأسفل بـ 3 +، 5 +، 7 +.

2 - 6 - التقلبات الموسمية في السلاسل الزمنية

تتسم بعض الظواهر الإقتصادية والإجتماعية بالتقلبات الموسمية، أي أن مستوياتها ترتفع في فترات معينة من السنة وتنخفض في فترات أخرى، هذه التقلبات التي تحدث لمستوى الظاهرة خلال السنة والتي لها طابع الإنتظام من سنة إلى أخرى تسمى بالموسمية، يمكننا ملاحظة مثل هذه التقلبات الموسمية في الإنتاج الزراعي خاصة، كما يمكن ملاحظتها في مجالات أخرى مثل إستهلاك الطاقة المنزلية خلال أشهر أو فصول السنة.

إن الإرتفاع أو الإنخفاض الحاد في مستوى الظاهرة خلال شهور السنة يؤدي إلى سوء إستغلال القوى العاملة ووسائل الإنتاج والذي يؤدي بدوره إلى إنخفاض الإنتاجية وإرتفاع تكاليف الإنتاج، مما يؤدي إلى الخسائر، سواء كان ذلك على مستوى المؤسسة أو بالنسبة للإقتصاد الوطني ككل. من هنا تبرز ضرورة دراسة وقياس التقلبات الموسمية بهدف الحد من تأثيراتها السلبية.

هناك عـدد من الطرق الإحـصائيـة لإبراز وقـيـاس التـقلبـات الموسـمـيـة وعـادة مايستخدم الرقم القياسي الموسمي والذي يعرف على أنه النسبة المئوية للمستوى الفعلي للشهر (أو الثلاثي) مقارنة بالمستوى المعدل بالنسبة لنفس الفترة.

$$I_S = \frac{Y_i}{\hat{Y}_i} . 100$$

حيث I_S الرقم القياسي الموسمي، Y_i مستوى الظاهرة الفعلي في الفترة i، $\hat{Y}_i$ مستوى الظاهرة المعدل والمقابل للفترة i.

إن مستويات الظاهرة الموسمية قد تتأثر ببعض العوامل العشوائية، لهذا فإن الأرقام القياسية الموسمية عادة تحسب على أساس عدة سنوات، وذلك سواء بإيجاد متوسط الأرقام القياسية الخاص بكل فترة، وذلك بجمع الأرقام القياسية الموسمية لكل فترة ثم قسمتها على عددها أي :

$$I_S = \frac{\sum_{i=1}^{n} I_S}{n}$$

أو بإيجاد متوسط مستوى الظاهرة الخاص بكل شهر خلال السنوات المدروسة ثم حساب الرقم القياسي الموسمي الخاص بكل شهر أي : $I_S = \frac{\overline{Y}_i}{\hat{Y}_i}$.

وسنرى تطبيقا لذلك في المثال القادم.

أما المستوى المعدل $\hat{Y}_i$ فإن تقديره يختلف وفقا لطبيعة تطور التقلبات الموسمية من سنة إلى أخرى، فإذا كانت هذه التقلبات مستقرة، أي أن مستوى الظاهرة في نفس الشهر من سنة إلى أخرى يتغير ولكن دون أن يكون له إتجاه نحو

الزيادة أو النقصان، في هذه الحالة يمكن إعتبار أن المستوى المعدل $\hat{Y}_i$ هو الوسط الحسابي لجميع مستويات الظاهرة خلال السنوات المدروسة، وبالتالي فإن الرقم القياسي الموسمي عند السلاسل الزمنية المستقرة يحسب وفقا للعلاقة :

$$I_S = \frac{\overline{Y}_i}{\overline{\overline{Y}}} . 100$$

حيث : $\overline{Y}_i$ متوسط مستوى الظاهرة الخاص بفترة معينة خلال السنوات المدروسة.

$\overline{\overline{Y}}$ المتوسط العام لمستوى الظاهرة الخاص بكل فترة خلال السنوات المدروسة (فإذا كانت هذه الفترة شهر فإن $\overline{\overline{Y}}$ هو المتوسط الشهري لمستوى الظاهرة خلال السنوات المدروسة).

وفيما يلي مثال عن حساب الأرقام القياسية للتقلبات الموسمية عند إستقرار مستويات الظاهرة من سنة إلى أخرى -أنظر الجدول رقم 8 - .

لقد تم حساب الأرقام القياسية الشهرية كالتالي :

$$I_{Jan.} = \frac{\overline{Y}_{Jan.}}{\overline{\overline{Y}}} . 100 = \frac{4,3}{5,6} . 100 = 76\%$$

$$I_{Fev.} = \frac{\overline{Y}_{Fev.}}{\overline{\overline{Y}}} . 100 = \frac{4,3}{5,6} . 100 = 76\%$$

$$I_{Mars} = \frac{\overline{Y}_{Mars}}{\overline{\overline{Y}}} . 100 = \frac{4,6}{5,6} . 100 = 82\%$$

وهكذا بالنسبة لباقي الأرقام القياسية لبقية الأشهر.

جدول رقم (8):حساب الأرقام القياسية للتقلبات الموسمية الخاصة بالإنتاجية الوسطية ليوم عمل آلة زراعية

الأشهر	الإنتاجية الوسطية ليوم عمل آلة زراعية هـ /يوم			الوسط الحسابي	الأرقام القياسية للتقلبات الموسمية
	1993	1994	1995	للشهر $\overline{Y}_i$	$I = \frac{\overline{Y}_i}{\overline{Y}} . 100 \quad (\%)$
1	4,4	4,2	4,3	4,3	76 (4,3 : 5,6)
2	4,3	4,1	4,5	4,3	76 (4,3 : 5,6)
3	4,5	4,2	5,0	4,6	82 (4,6 : 5,6)
4	6,2	5,4	6,0	5,9	105
5	7,0	6,8	7,1	7,0	125
6	6,0	6,3	6,5	6,3	112
7	6,3	6,0	6,3	6,2	110
8	7,7	7,0	7,5	7,4	132
9	7,6	7,2	7,1	7,3	130
10	6,0	5,9	6,2	6,0	107
11	4,4	4,3	4,5	4,4	79
12	4,3	4,1	4,2	4,2	75
المتوسط الحسابي	5,7	5,4	5,8	$\overline{Y} = 5,6$	100

نلاحظ أن مستوى الإنتاجية في جانفي يقل بـ 24% عن المتوسط السنوي. وفي مارس يقل بـ 18% عن المتوسط السنوي. أما في شهر سبتمبر فهو يزيد بـ 32% عن المتوسط السنوي وكذلك في أكتوبر فهو يزيد عن المتوسط السنوي بـ 30%.

أما إذا لاحظنا أن مستويات السلسلة الزمنية الخاصة بنفس الفترة تميل إلى الزيادة من سنة إلى أخرى فإن المستويات المعدلة $\overline{Y}_i$ يتم تقديرها بواسطة معادلة

الإتجاه باعتبارها من الشكل الخطي البسيط $\hat{Y} = a + b\,t$.

وسنتعرف من خلال المثال التالي عن كيفية حساب الأرقام القياسية الموسمية عندما تتجه مستويات الظاهرة نحو الزيادة من سنة إلى أخرى.

جدول رقم (9) : إنتاج الحليب في إحدى الولايات خلال 3 سنوات

الأشهر	إنتاج الحليب (ألف لتر)		
	1993	1994	1995
جانفي	35	48	68
فيفري	30	42	55
مارس	28	40	50
أفريل	25	36	42
ماي	22	38	54
جوان	38	46	65
جويلية	52	70	90
أوت	85	95	120
سبتمبر	92	115	145
أكتوبر	80	102	130
نوفمبر	75	94	120
ديسمبر	50	75	95

وبالتعامل مع المعطيات الإحصائية للسنوات الثلاثة على أنها سلسلة زمنية واحدة وإعطاء قيم لـ t بحيث يكون $\sum t = 0$ ، فإنه يمكننا تقدير معادلة الإتجاه، وبالتالي الحصول على المستويات المقدرة $\hat{Y}_i$ المقابلة لكل شهر من شهور السنوات الثلاثة.

لدينا :
$$a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{2447}{36} = 68$$

$$b = \frac{\sum Yt}{\sum t^2} = \frac{7784,5}{3885} = 2$$

إذا معادلة الإتجاه هي : $\hat{Y} = 68 + 2t$.

جدول رقم (10) : حساب الأرقام القياسية الموسمية لإنتاج الحليب في ثلاثة ولايات (مستويات الإنتاج في تزايد من فترة إلى اخرى)

الشهور	المستويات الفعلية Yi			المستويات المقدرة $\hat{Y}_i$ $\hat{Y}_i = 68 + 2t$			الأرقام القياسية لكل شهر(%) من شهور السنوات الثلاثة I_S			$\bar{I}_s$ %
	1993	1994	1995	1993	1994	1995	1993	1994	1995	
جانفي	35	48	68	33	57	81	106,1	84,2	83,9	91,4
فيفري	30	42	55	35	59	83	85,7	71,1	66,3	74,4
مارس	28	40	50	37	61	85	75,7	65,5	58,8	66,7
أفريل	25	36	42	39	63	87	64,1	57,1	48,3	56,5
ماي	22	38	54	41	65	89	53,7	58,5	60,7	57,6
جوان	38	46	65	43	67	91	88,4	68,7	71,4	76,2
جويلية	52	70	90	45	69	93	115,6	101,4	96,8	104,6
أوت	85	95	120	47	71	95	180,9	133,8	126,3	147,0
سبتمبر	92	115	145	49	73	97	187,8	157,5	149,5	164,9
أكتوبر	80	102	130	51	75	99	156,9	136,0	131,3	141,4
نوفمبر	75	94	120	53	77	101	141,5	122,1	118,8	127,5
ديسمبر	50	75	95	55	79	103	90,9	94,9	92,2	92,7

وبالتالي يمكننا الحصول على الأرقام القياسية الموسمية لكل شهر من شهور السنوات الثلاثة وبعدها نحسب متوسط الأرقام القياسية الموسمية لكل شهر وذلك بجمع الأرقام القياسية الموسمية الخاصة بشهر معين وقسمتها على عددها -أي على 3 في مثالنا- وبالتالي نكون قد حصلنا على الأرقام القياسية الموسمية لكل شهور السنة كما هو مبين في العمود الأخير من الجدول رقم (10).

الفصل الثالث : تقنيات التوقع بفترة زمنية واحدة

نذكر أنّ هناك مدخلين لعملية التوقع، الأول يعتمد على تحليل ودراسة السلسلة الزمنية الخاصة بالظاهرة المدروسة ومحاولة تحديد القانون الأساسي الذي يحكم تطورها ومن ثمّ محاولة تمديدها إلى الفترة المستقبلية، وذلك دون البحث في العوامل التي تدفع بالظاهرة المدروسة إلى التغير عبر الزمن.

أمّا المدخل الثاني فهو يعتمد على تحليل الظاهرة والتوقع بمستوياتها من خلال التطورات المتوقعة في العوامل المفسرة.

سنعترف في هذا الفصل على أهم التقنيات التي تعتمد على المدخل الأول، مجموعة التقنيات التي سنتعرف عليها في هذا الفصل يطلق عليها عادة وفي أغلب المراجع بتقنيات التوقع قصيرة المدى، يجب الإشارة إلى أنّ كل التقنيات التي سنتعرف عليها في هذا الفصل هي تقنيات للتوقع عند السلاسل الزمنية المستقرة، وهي تقنيات تمكننا فقط من التوقع بفترة زمنية واحدة لأنّ التوقع للفترة t+1 تتطلب حضور المشاهدة الفعلية الخاصة بالفترة t.

3 - 1 - التوقع باستخدام تقنية الأوساط المتحركة البسيطة

تعتمد هذه التقنية على حساب متوسط حسابي على أساس عدد معين من الفترات وتنسيبه إلى الفترة الموالية لآخر فترة حسب على أساسها الوسط الحسابي، أي أنّ التوقع في هذه الحالة هو عبارة عن :

$$\hat{X}_{t+1} = \frac{X_t + X_{t-1} + \dots + X_{t-N+1}}{N}$$

أي : $\hat{X}_{t+1} = \frac{1}{n} \sum_{i=t-N+1}^{t} X_i$

حيث : $\hat{X}_{t+1}$ - التوقع للفترة t + 1.

Xt - المستوى الفعلي للفترة t.

t دليل الفترة، N عدد المستويات التي حسب على أساسها الوسط الحسابي (الأساسي).

جدول رقم (11) : التوقع بالطلب على سلعة معينة باستخدام الأوساط المتحركة البسيطة

أشهر السنة 1995	الفترة t	الطلب الفعلي X_t	التوقع $\hat{X}_t$ (على أساس N = 3)	التوقع $\hat{X}_t$ (على أساس N = 5)
1	2	3	4	5
جانفي	1	2000	-	-
فيفري	2	1350	-	-
مارس	3	1950	-	-
أفريل	4	1975	1767	-
ماي	5	3100	1758	-
جوان	6	1750	2342	2075
جويلية	7	1550	2275	2025
أوت	8	1300	2133	2065
سبتمبر	9	2200	1533	1935
أكتوبر	10	2770	1683	1980
نوفمبر	11	2350	2092	1915
ديسمبر	12	-	2440	2034

وفي الجدول (11) مثال عن إحدى المؤسسات تستخدم هذه التقنية في التوقع بالطلب على منتجاتها، نفترض أنّ هذه المؤسسة إستخدمت أساسين في حساب الأوساط المتحركة 3 و 5، ويفرض أننا الآن في نهاية شهر نوفمبر من سنة 1995 وبالتالي فكل مستويات الطلب الفعلية معروفة لدينا بدءا من شهر نوفمبر إلى أول شهر من سنة 1995 وبالتالي فالمهمة الآن هي إعداد التوقع للشهر المقبل أي لشهر ديسمبر 1995.

نلاحظ أنّ المستوى الأخير من العمود رقم 4، أي المستوى المتوقع للطلب الخاص بشهر ديسمبر 1995، $\hat{X}_{12} = 2440$ هو عبارة عن متوسط المستويات الفعلية للطلب في الشهور الثلاثة الأخيرة :

$$\hat{X}_{DEC.} = \frac{X_{NOV.} + X_{OCT.} + X_{SEP.}}{3} = \frac{2350 + 2770 + 2200}{3} = 2440$$

أما المستوى الأخير من العمود رقم 5، أي المستوى المتوقع للطلب في شهر ديسمبر 1995، $\hat{X}_{12} = 2440$، هو عبارة عن متوسط المستويات الفعلية للطلب في الشهور الخمسة الأخيرة :

$$\hat{X}_{DEC.} = \frac{X_{NOV.} + X_{OCT.} + X_{SEP.} + X_{AOUT.} + X_{JUIL.}}{3}$$

$$= \frac{2350 + 2770 + 2200 + 1300 + 1550}{5} = 2034$$

ومن أجل المفاضلة بين الأساسين $N = 3$ و $N = 5$ علينا بحساب الخطأ المعياري للتوقع بالنسبة لكل أساس ونقول عن الأساس الذي يعطي أقل مقدار لـ σ بأنه الأفضل، ومن أجل ذلك يجب القيام بما يلي :

جدول رقم (12) : مقارنة التوقعات باستخدام الأوساط المتحركة على أساس 3 والأوساط المتحركة على أساس 5

الفترة	الطلب الفعلي	الأوساط المتحركة على أساس N = 3			الأوساط المتحركة على أساس N = 5		
	X_t	$\hat{X}_t$	$X_t - \hat{X}_t$	$(X-\hat{X})^2$	$\hat{X}_t$	$X_t - \hat{X}_t$	$(X-\hat{X})^2$
1	2000	-	-	-	-	-	-
2	1350	-	-	-	-	-	-
3	1950	-	-	-	-	-	-
4	1975	1767	+ 208	43264	-	-	-
5	3100	1758	+ 1342	1800964	-	-	-
6	1750	2342	- 592	350464	2075	- 325	105625
7	1550	2275	- 725	525625	2025	- 475	225625
8	1300	2133	- 833	693889	2065	- 765	585225
9	2200	1533	+ 667	444889	1935	+ 265	70225
10	2770	1683	+ 1087	1181569	1980	+ 790	624100
11	2350	2092	+ 258	66564	1915	-	189225
12	-	2440	-	-	2034	-	-
المجموع	-	-	-	4593339	-	-	1800025

يلاحظ أنّ الخطأ المعياري للتوقع عند الأوساط المتحركة على أساس N=3 هو:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (X - \hat{X})^2}{n - N - 1}} = \sqrt{\frac{4593339}{8}} = 757,73$$

بينما الخطأ المعياري للتوقع عند الأوساط المتحركة على أساس N = 5 هو :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma (X - \hat{X})^2}{n - N - 1}} = \sqrt{\frac{1800025}{6}} = 547,72$$

وبالتالي يمكننا استنتاج أنّ التوقع باستخدام الأوساط المتحركة على أساس خمسة شهور أفضل من التوقع باستخدام الأوساط المتحركة على أساس ثلاثة شهور،

وذلك عند التوقع بالطلب الشهري على منتجات المؤسسة المعنية.

وبصفة عامة كلما أدخلنا عدد أكبر من المشاهدات في حساب المتوسط المتحرك كلما كان أفضل، أي كلما تمكننا من استبعاد آثار العوامل العشوائية التي تشوش على مسار تطور الظاهرة، بشرط أن تستجيب السلسلة الزمنية للمستويات الفعلية لشروط السلسلة الزمنية المستقرة.

3 - 1 - 1 - مجالات استخدام طريقة الأوساط المتحركة البسيطة

تتلاءم هذه التقنية عندما تكون هناك مجموعة كبيرة من السلع موضوع التوقع، مثل التوقع بحجم الطلب على عشرات منتجات المؤسسة، لأنّه عندما يتعلق الأمر بعدد كبير من السلع فإنّ الأمر يتعلق أيضا بعدد كبير من السلاسل الزمنية وبالتالي فإنّ استخدام تقنيات معقدة قد يصبح مكلفا ويستغرق وقتا.

إنّ هذه التقنية يمكن استخدامها على مستوى المؤسسة في التوقع على عشرات السلع التي تنتجها أو التي تسوقها وبأسعار عشرات المواد الأولية والسلع الوسيطة التي تستخدمها وغيرها.

أما على المستوى الكلي فيمكن أن تستخدم في التوقع بعدد البطالين حسب فروع النشاط الإقتصادي، التوقع بمستويات الأرقام القياسية لأسعار مختلف السلع الإستهلاكية والرأسمالية وغيرها من الإستخدامات.

3 - 1 - 2- نقائص تقنية الأوساط المتحركة البسيطة

نذكر أنّ هذه التقنية تستخدم فقط للتوقع بفترة زمنية واحدة، نظرا لأنّ التوقع بفترة زمنية موالية يتطلب حضور المشاهدة الفعلية الأخيرة، وفي مثالنا السابق كان ممكنا التوقع بمستوى الطلب لمدة شهر فقط، بالإضافة إلى أنّ هذه التقنية تستخدم

فقط عند السلاسل الزمنية المستقرة.

بالإضافة إلى ذلك فإنّ تقنية الأوساط المتحركة البسيطة لا تعط الإعتبار لكل المشاهدات الفعلية المتاحة، فهي لا تستخدم من المشاهدات الفعلية المتاحة سوى العدد N، ثم أن هذه التقنية تعطي نفس الأوزان -وبالتالي نفس الأهمية- لجميع المستويات والتي عددها N التي تدخل في حساب الوسط الحسابي، وبالتالي فهذه التقنية لا تستجيب للمستجدات الحديثة التي تكون قد طرأت على طبيعة تغير الظاهرة، والتقنية الموالية التي سنتعرف عليها تحاول تجاوز هذا النقص، وذلك بإعطاء أوزان مختلفة لمستويات الظاهرة التي تدخل في حساب الوسط الحسابي المتحرك.

3 - 2 - التوقع باستخدام تقنية الأوساط المتحركة المرجحة

إنطلاقا من إحدى النقائص الأساسية لتقنية الأوساط المتحركة البسيطة باعتبارها تعطي نفس الأوزان لجميع قيم الأساس N، فإنّ تقنية الأوساط المتحركة المرجحة تحاول تجاوز هذا النقص بإعطاء أوزان مختلفة للمستويات الفعلية والتي عددها N، وذلك بإعطاء أهمية أكبر للمستويات الفعلية الحديثة.

فإذا كان المستوى المتوقع $\widehat{X}_{t+1}$ يتحدد بأوساط متحركة على أساس ثلاثة فترات فإنّ :

$$\widehat{X}_{t+1} = K_1 X_t + K_2 X_{t-1} + K_3 X_{t-2}$$

أما إذا كان المستوى المتوقع $\widehat{X}_{t+1}$ يتحدد بأوساط متحركة علي أساس أربعة فترات فإنّ :

$$\widehat{X}_{t+1} = K_1 X_t + K_2 X_{t-1} + K_3 X_{t-2} + K_4 X_{t-3}$$

والشرط الأساسي في كل الحالات هو أن : $\sum_{i=1}^{N} K_i = 1$

وفيما يلي مثال عن استخدام تقنية الأوساط المتحركة المرجحة على أساس ثلاثة فترات $(N = 3)$ وبهيكلين مختلين :

جدول رقم (13) : استخدام تقنية الأوساط المتحركة المرجحة في التوقع وفقا لهيكلين مختلفين

$\hat{X}_{t+1}$ $K_1 = 0,6, K_2 = 0,25, K_3 = 0,15$	$\hat{X}_{t+1}$ $K_1 = 0,5, K_2 = 0,3, K_3 = 0,2$	الطلب الفعلي Xt	الأشهر
4	3	2	1
-	-	4200	جانفي
-	-	4100	فيفري
-	-	4300	مارس
4235	4220	3800	أفريل
3970	4010	3500	ماي
3695	3750	3700	جوان
3665	3660	3400	جويلية
3490	3510	3300	أوت
3385	3410	3800	سبتمبر
3615	3570	4200	أكتوبر
3965	3900	4400	نوفمبر
4500	4220	-	ديسمبر

وقد تمّ حساب المستويات المتوقعة $\hat{X}_{t+1}$ وفقا لما يلي :

بالنسبة لـ $\hat{X}_{AVR.}$ في العمود رقم 3 :

$$\hat{X}_{AVR.} = 0,5\ X_{MRS.} + 0,3\ X_{FEV.} + 0,2\ X_{JAN.}$$

$$\hat{X}_{AVR.} = 0,5\ .\ 4300 + 0,3\ .\ 4100 + 0,2\ .\ 4200 = 4220$$

أما بالنسبة لـ $\hat{X}_{MAI.}$ في نفس العمود :

$$\hat{X}_{MAi.} = 0,5\ X_{AVR.} + 0,3\ X_{MARS.} + 0,2\ X_{FEV.}$$

$$\hat{X}_{MAI.} = 0,5\ .\ 3800 + 0,3\ .\ 4300 + 0,2\ .\ 4100 = 4010$$

أما بالنسبة لـ $\hat{X}_{AVR.}$ في العمود رقم 4 :

$$\hat{X}_{AVR.} = 0,6\ X_{MARS.} + 0,25\ X_{FEV.} + 0,15\ X_{JAN.}$$

$$\hat{X}_{AVR.} = 0,6\ .\ 4300 + 0,25\ .\ 4100 + 0,15\ .\ 4200 = 4235$$

أما بالنسبة لـ $\hat{X}_{MAI.}$ في نفس العمود :

$$\hat{X}_{MAI.} = 0,6\ X_{AVR.} + 0,25\ X_{MARS.} + 0,15\ X_{FEV.}$$

$$\hat{X}_{MAI.} = 0,6\ .\ 3800 + 0,25\ .\ 4300 + 0,15\ .\ 4100 = 3970$$

وهكذا بالنسبة لبقية المستويات المتوقعة.

ومن أجل معرفة أي الهيكلين أفضل، الأول $(K_1 = 0{,}5, K_2 = 0{,}3, K_3 = 0{,}2)$ أم الثاني $(K_1 = 0{,}6, K_2 = 0{,}25, K_3 = 0{,}15)$ علينا بتقييم كل منهما وذلك بحساب الخطأ المعياري للتوقع، ويكون الهيكل الأفضل هو الذي يعطي أصغر خطأ معياري للتوقع.

جدول رقم (14) : مقارنة هيكلين لـ K في التوقع بمستوى الطلب باستخدام الأوساط المتحركة المرجحة

الفترة	الطلب الفعلي	$K_1 = 0,5, K_2 = 0,3, K_3 = 0,2$			$K_1 = 0,6, K_2 = 0,25, K_3 = 0,15$		
	X_t	$\widehat{X}_t$	$X_t - \widehat{X}_t$	$(X - \widehat{X})^2$	$\widehat{X}_t$	$X_t - \widehat{X}_t$	$(X - \widehat{X})^2$
1	4200	-	-	-	-	-	-
2	4100	-	-	-	-	-	-
3	4300	-	-	-	-	-	-
4	3800	4220	- 420	176400	4235	565	319225
5	3500	4010	- 510	260100	3970	- 470	220900
6	3700	3750	- 50	2500	3695	5	25
7	3400	3660	- 260	67600	3665	- 265	70225
8	3300	3510	- 210	44100	3490	- 190	36100
9	3800	3410	390	152100	3385	415	172225
10	4200	3570	630	396900	3615	585	342225
11	4400	3900	500	250000	3965	435	189225
12	-	4220	-	-	4500	-	-
المجموع	-	-	-	1349700	-	-	1350150

نحسب الخطأ المعياري للتوقع لكل من الهيكلين :

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\Sigma (X_t - \widehat{X}_t)^2}{n - N - 1}} = \sqrt{\frac{1349700}{8}} = 410,746$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\Sigma (X_t - \widehat{X}_t)^2}{n - N - 1}} = \sqrt{\frac{1350150}{8}} = 410,814$$

رغم أنّ الفرق بين σ_1 و σ_2 ليس كبيرا إلا أنه يمكن القول أن الهيكل الأول أفضل من الهيكل الثاني باعتبار أن $\sigma_1 < \sigma_2$.

3 - 2 - 1 - مجالات إستخدام تقنية الأوساط المتحركة المرجحة

تستخدم هذه التقنية في نفس المجالات التي ذكرناها بالنسبة للأوساط

المتحركة البسيطة.

3 - 2 - 2 - نقائص تقنية الأوساط المتحركة المرجحة

رغم أنّ تقنية الأوساط المتحركة المرجحة تعتبر أفضل من تقنية الأوساط المتحركة البسيطة باعتبارها تعطي أهمية أكبر للمشاهدات الفعلية الحديثة، إلاّ أنّ تحديد هيكل معين لقيم K يبقى أهم مشكل في تقنية الأوساط المتحركة المرجحة.

ورغم أنّه يمكننا في البداية استخدام هذه التقنية وفقا لهياكل مختلفة (كما فعلنا في مثالنا السابق)، وبعدها يتم التقييم، ونختار الهيكل الأفضل والمناسب للظاهرة المعنية بالتوقع، إلاّ أنّ هناك مالا نهاية من الهياكل الممكنة وبالتالي مالا نهاية من المستويات المتوقعة، وتزداد المشكلة تعقيدا عندما نكون أمام مجموعة كبيرة من السلاسل الزمنية.

كما لا ننس أيضا أنّ كل من التقنيتين السابقتين، الأوساط المتحركة البسيطة والمرجحة تتطلب تخزين N من المشاهدات الفعلية الأخيرة.

انطلاقا مما ذكر تأتي تقنية المسح الأسي لتجاوز تلك النقائص، وذلك بتحديد هيكل معني لـ K يتناقص وفقا لمتوالية هندسية، بدءا من المشاهدة الفعلية الأخيرة X_t، كما أن تقنية المسح الأسي لا تتطلب تخزين عدد كبير من المشاهدات الفعلية.

3 - 3 - التوقع باستخدام تقنية المسح الأسي Lissage Exponentiel

هناك ملاحظتين أساسيتين حول تقنية الأوساط المتحركة البسيطة والمرجحة أدتا إلى تفضيل إستخدام تقنية المسح الأسي.

الملاحظة الأولى : من أجل الحصول على التوقع للفترة t + 1 يجب تخزين

المعلومات الخاصة بالمشاهدات الفعلية عن كل فترة من فترات N التي تدخل في حساب المتوسط المتحرك وذلك قد يكون مكلفا أو غير متاحا.

الملاحظة الثانية : تقنية الأوساط المتحركة البسيطة تعطي نفس الأوزان لجميع القيم N، كما أنّ هناك نقص أساسي في تقنية الأوساط المتحركة المرجحة عند محاولتها لإعطاء أوزان مختلفة لقيم N يتمثل في تحديد هيكل معين لـ K.

كما أنّ كل من التقنيتين الأوساط المتحركة البسيطة والمرجحة لا تعطيا أي اعتبار للمشاهدات التي تقع قبل t - N.

تقنيــة المسح الأسي(*) تتـجـاوز هذه النقـائص بإعطاء هيكل محـدد لأوزان المشاهدات السابقة.

تقوم تقنية المسح الأسي على الأساس التالي :

$$\widehat{X}_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) \widehat{X}_t$$

حيث :

α هو معـامل الترجيح ويسمى أيضا بثابت المسح حيث $0 \leq \alpha \leq 1$، إنّ الصيغة السابقة هي الصيغة العامة لحساب التوقع وفقا لتقنية المسح الأسي، ومن هذه الصيغة نلاحظ مباشرة أنّ تقنية المسح الأسي لا تحتاج إلى معلومات كثيرة، فيكفي أن نعرف المشاهدة الفعلية الأخيرة X_t وكذا القيمة المتوقعة الأخيرة $\widehat{X}_t$ وأيضا قيمة معينة لثابت المسح α، حتى نتمكن من التوقع للفترة الموالية $\widehat{X}_{t+1}$.

(*) مفهوم المسح لا يختلف عن مفهوم التسوية الذي عرفناه عند حديثنا عن تسوية السلاسل الزمنية، وبالتالي يمكن إطلاق مفهوم التسوية الأسية على هذه التقنية غير أن المسح الأسي هو التعبير الأكثر تداولا في كتب الإحصاء باللغة العربية.

ولو قمنا بفك الصيغة السابقة :

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha)\, \hat{X}_t$$

وذلك بالتعويض عن $\hat{X}_t$ حيث :

$$\hat{X}_t = \alpha X_{t-1} + (1 - \alpha)\, \hat{X}_{t-1}$$

يصبح لدينا :

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + (1 - \alpha) \left[\alpha X_{t-1} + (1 - \alpha)\, \hat{X}_{t-1} \right]$$

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + \alpha (\alpha - 1) X_{t-1} + (1 - \alpha)^2 X_{t-1}$$

ونعوض في هذه الصيغة الأخيرة عن $\hat{X}_{t-1}$ حيث :

$$\hat{X}_{t-1} = \alpha X_{t-2} + (1 - \alpha)\, \hat{X}_{t-2}$$

نحصل على :

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + \alpha(1 - \alpha) X_{t-1} + (1 - \alpha)^2 . \left[\alpha X_{t-2} + (1 - \alpha)\, \hat{X}_{t-2} \right]$$

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + \alpha (1 - \alpha) X_{t-1} + \alpha (1 - \alpha)^2 X_{t-2} + (1 - \alpha)^3 \hat{X}_{t-2}$$

وبالإستمرار في نفس العملية نحصل في الأخير على :

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + \alpha (1 - \alpha) X_{t-1} + \alpha (1 - \alpha)^2 X_{t-2} + \alpha (1 - \alpha)^3 X_{t-3} + \alpha (1 - \alpha)^4 X_{t-4} + \ldots\ldots$$

رياضيا لدينا :

$$\alpha + \alpha (1 - \alpha) + \alpha (1 - \alpha)^2 + \alpha (1 - \alpha)^3 + \ldots\ldots = 1$$

أي أن : $\sum_{i=0}^{\infty} \alpha (1 - \alpha)^i = 1$

وبالتالي فإنّ تقنية المسح الأسي في الحقيقة تأخذ بالإعتبار كل المشاهدات

الفعلية السابقة بدءا من الفترة t.

ومما يلاحظ أيضا أنّ تقنية المسح الأسي تعطي أوزانا مختلفة ومتنازلة لكل المشاهدات بدءا من المشاهدة الفعلية الأخيرة X_t. الأهمية المتناقصة هذه تخضع لمتوالية هندسية، ومن هنا يمكن القول أنّ تقنية المسح الأسي هي حالة خاصة لتقنية الأوساط المتحركة المرجحة [8 ص 52]، مع عدم اكتفاء تقنية المسح الأسي بالعدد N من المشاهدات الفعلية كما تفعل تقنية الأوساط المتحركة المرجحة.

إنّ الصيغة الأساسية لتقنية المسح الأسي :

$$\hat{X}_{t+1} = \alpha X_t + (1-\alpha)\,\hat{X}_t$$

يمكن كتابتها كالتالي :

$$\hat{X}_{t+1} = \hat{X}_t + \alpha\,(X_t - \hat{X}_t)$$

وذلك لأن :

$$\begin{aligned}
\hat{X}_{t+1} &= \alpha_t + (1-\alpha)\,\hat{X}_t \\
&= \alpha X_t + (\hat{X}_t - \alpha \hat{X}_t) \\
&= \alpha X_t + \hat{X}_t - \alpha\,\hat{X}_t \\
&= \hat{X}_t + \alpha\,(X_t - \hat{X}_t)
\end{aligned}$$

وهذا يعني أنّ المستوى المتوقع $\hat{X}_{t+1}$ هو عبارة عن آخر توقع $\hat{X}_t$ زائد α مرّة خطأ التوقع الأخير، أي α مرة إنحراف القيمة الفعلية عن المتوقعة $(X_t - \hat{X}_t)$.

ومن هنا فإذا كانت α قريبة من 1 هذا يعني أننا قد منحنا أهمية كبيرة للمشاهدة الفعلية الأخيرة، وبالعكس كلما كانت α أصغر من 1 كلما توزعت الأهمية

على عدد كبير من المشاهدات الفعلية السابقة، وسنتعرف من خلال المثال التالي عن كيفية إستخدام هذه التقنية في التوقع وذلك بإعطاء ثلاثة قيم مختلفة لثابت المسح α، $\alpha = 0,1$ ثم $\alpha = 0,2$ ثم $\alpha = 0,5$.

جدول رقم (15) : التوقع بالطلب على إحدى السلع وفقا لتقنية المسح الأسي

الأشهر	الطلب الفعلي	الطلب المتوقع $\hat{X}t$		
	Xt	$\alpha = 0,1$	$\alpha = 0,2$	$\alpha = 0,5$
جانفي	2000	-	-	-
فيفري	1350	2000	2000,0	2000
مارس	1950	1935	1870,0	1675
أفريل	1975	1937	1886,0	1813
ماي	3100	1941	1903,8	1894
جوان	1750	2057	2142,4	2497
جويلية	1550	2026	2063,9	2123
أوت	1300	1978	1961,1	1837
سبتمبر	2200	1910	1928,8	1568
أكتوبر	2775	1939	1848,7	1884
نوفمبر	2350	2023	2033,9	2330
ديسمبر	-	2056	2097,1	2340

ملاحظة : بالنسبة للمستوى المتوقع المقابل للفترة الثانية $\hat{X}_{FEV.}$ يمكننا اعتبارها هي نفسها المشاهدة الفعلية للفترة السابقة لها $X_{JAN.}$ وذلك لأنّ المستوى المتوقع الأول غير موجود.

ومن أجل معرفة قيمة α التي أعطت أفضل النتائج، علينا بحساب الخطأ المعياري للتوقع عند كل من $\alpha = 0,1$، $\alpha = 0,2$ و $\alpha = 0,5$.

جدول رقم (16) : مقارنة التوقعات وفقا لتقنية المسح الأسي

الفترة	X_t	$\alpha = 0,1$			$\alpha = 0,2$			$\alpha = 0,5$		
		$\widehat{X}_t$	$X_t - \widehat{X}_t$	$(X - \widehat{X})^2$	$\widehat{X}_t$	$X_t - \widehat{X}_t$	$(X - \widehat{X})^2$	$\widehat{X}_t$	$X_t - \widehat{X}_t$	$(X - \widehat{X})^2$
1	2000	-	-	-	-	-	-	-	-	-
2	1350	2000	- 650	422500	2000	- 650	422500	2000	- 650	422500
3	1950	1935	15	225	1870	80	6400	1675	- 275	75625
4	1975	1937	38	1444	1886	89	7921	1813	- 162	26244
5	3100	1941	1159	1343281	1903,8	1196,2	1430894,4	1894	- 1206	1454436
6	1750	2057	- 307	94249	2142,4	- 392,4	153977,7	2497	747	558009
7	1550	2026	- 476	226576	2063,9	- 513,9	264093,2	2123	573	328329
8	1300	1978	- 678	459684	1961,1	- 661,1	437053,2	1837	537	288369
9	2200	1910	290	84100	1928,8	271,2	73549,4	1569	- 642	412164
10	2775	1939	836	698896	1848,7	926,3	858031,7	1884	- 886	784996
11	2350	2023	327	106929	2033,9	316,1	99919,2	2330	- 20	400
12	-	2056	-	-	2097,1	-	-	2340	-	-
المجموع	-	-	-	3437884	-	-	3754339,8	-	-	3928572

نحسب قيم الخطأ المعياري للتقدير المناسب لكل قيمة من قيم α، بالنسبة لـ $\alpha = 0,1$.

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\Sigma (X_t - \widehat{X}_t)^2}{10}} = \sqrt{\frac{3437884}{10}}$$

$$\sigma_1 = 586,33.$$

بالنسبة لـ $\alpha = 0,2$.

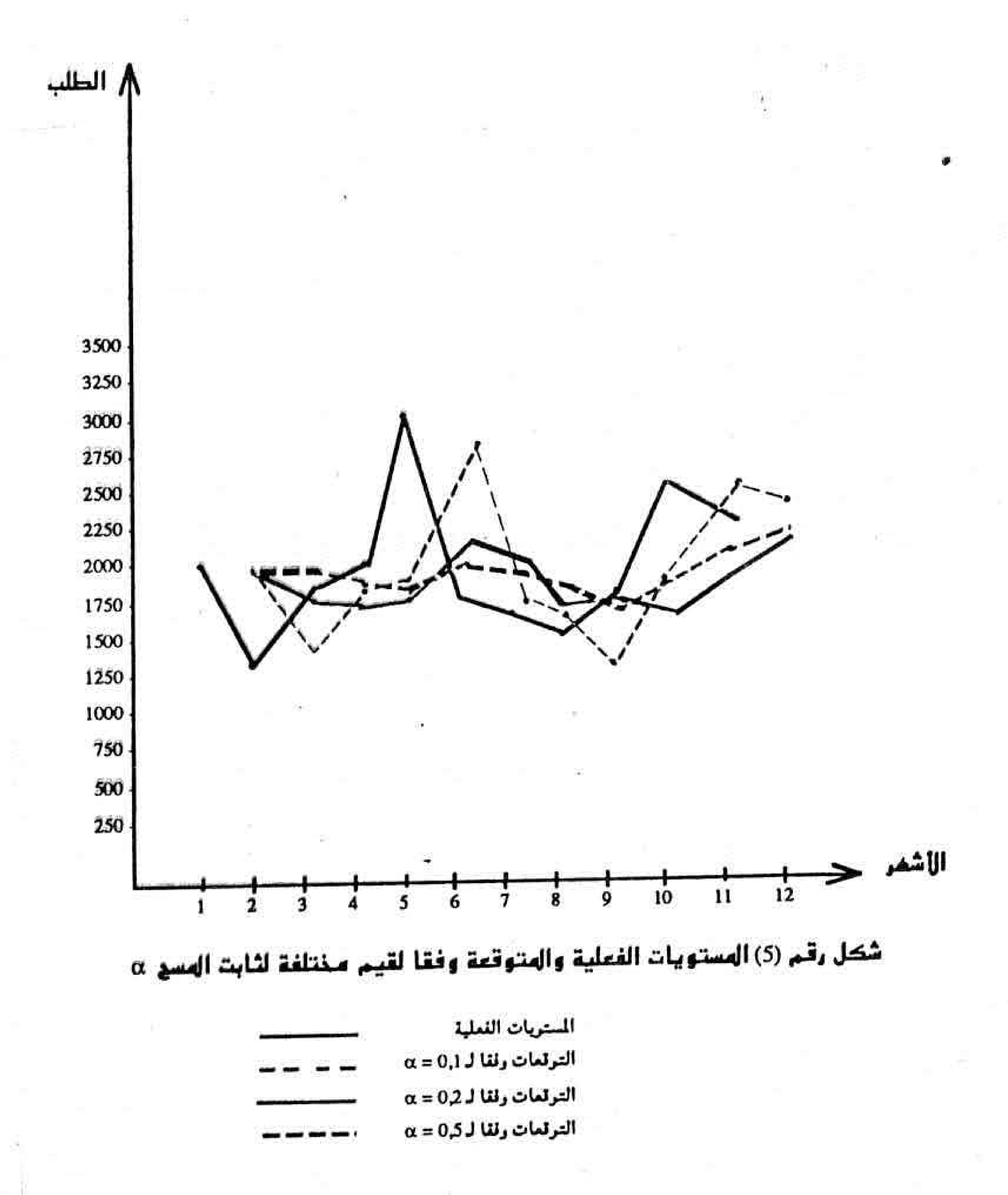
$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\Sigma (X_t - \hat{X}_t)^2}{10}} = \sqrt{\frac{3754339,8}{10}}$$
$$\sigma_2 = 612,72.$$

بالنسبة لـ $\alpha = 0,5$.

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{\Sigma (X_t - \hat{X}_t)^2}{10}} = \sqrt{\frac{3928572}{10}}$$
$$\sigma_3 = 626,78$$

ولما كان $\sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_3$، نستخلص أنّ أفضل التوقعات حصلنا عليها عند $\alpha = 0,1$.

والرسم البياني التالي يوضح أكثر مسار المستويات الفعلية والمتوقعة وفقا لـ$\alpha = 0,1$، $\alpha = 0,2$ و $\alpha = 0,5$.



شكل رقم (5) المستويات الفعلية والمتوقعة وفقا لقيم مختلفة لثابت المسح α

3 - 3 - 1 - ملاحظات حول تقنية المسح الأسي

إنّ تقنية المسح الأسي كثيرة الإستخدام في التطبيقات الإقتصادية والمالية، خاصة على مستوى المؤسسات والشركات، تستخدم في التوقع بالمخزونات، بالمبيعات وفي اعداد الميزانية التوقعية (الميزانية التقديرية) وغيرها.

إنّ انتشار استخدام هذه التقنية يعود إلى سهولة استخدامها كما أنها لا تتطلب معلومات كثيرة كما ذكرنا سابقا، غير أنّ مسألة تحديد ثابت المسح α يبقى الإشكال الرئيسي لهذه التقنية.

إنّ تجربة استخدام تقنية المسح الأسي في التوقع بالظواهر الإقتصادية والمالية تفيد أنّ مقدار α يكون محصورا ضمن المجال 0,05 إلى 0,3، إذ لا ينبغي إعطاء α قيمة أقل من 0,05 وأيضا لا ينبغي إعطاءها قيمة تفوق 0,3، وإذا تبين في حالات معينة أنّ القيمة المناسبة لـ α تفوق 0,3 فإنّ ذلك دليل على أنّ السلسلة الزمنية لا تخضع لشروط السلسلة الزمنية المستقرة، وبالتالي فإنّ تقنية المسح الأسي غير مناسبة للتوقع في هذه الحالة [4 ص 22]، وهنا ينبغي اللجوء إما إلى تقنيات المسح الأسي من مراتب أعلى [أنظر المراجع 5، 8] أو اللجوء إلى إحدى التقنيات المناسبة للتوقع في حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة والتي سنتعرف عليها في الفصل القادم.

إنّ علاقة ثابت المسح(*) α بعدد المشاهدات الفعلية N التي تشملها عملية المسح عند التوقع يمكن تحديدها وفقا للعلاقة [8 ص 62] :

$$\alpha = \frac{2}{N + 1}$$

وبالتالي يمكننا وضع الجدول التالي :

(*) لمزيد من التفصيل في مسألة تحديد ثابت المسح α يمكن الإطلاع على المراجع التالية :
- BROWN R. G., STATISTICAL FORECASTING FOR INVENTORY CONTROL, NEW YORK, Mc GRAW-HILL, 1959.
- CHOW W. M. ADAPTIVE CONTROL OF THE EXPONENTIAL SMOOTHING CONSTANT. JOURNAL OF INDUSTRIAL ENGINEERING, 16, N° 5, 314, 1965.

جدول رقم (17) : العمر المتوسط للسلسلة الزمنية عند كل قيمة لثابت المسح α

α	N
0,05	39
0,1	19
0,2	9
0,3	5,66 (≈ 6)
0,5	3

هذا يعني أنّه عند 0,05 = α نكون قد أخذنا بالإعتبار 39 مشاهدة سابقة وعندما تكون 0,1 = α نكون قد أخذنا بالإعتبار 19 مشاهدة سابقة ... الخ.

ونظرا لتعاملنا في الحياة الإقتصادية مع السلاسل الزمنية ذات الحجم المتوسط أي من 15 إلى 25 فترة، الأمر الذي يبرر شيوع استخدام 0,1 = α في التوقعات بالظواهر الإقتصادية.

ومع ذلك فإنّه ينصح بإعداد التوقعات وفقا لعدد من القيم لـ α (مثلا 01, = α، 0,15 = α، 0,2 = α) وبعدها يتم تفضل قيمة α التي تعطي أقل خطأ معياري للتوقع.

3 - 3 - 2 - **ملاحظات عامة حول تقنيات المسح**

إنّ تقنية الأوساط المتحركة البسيطة تشترك مع تقنية الأوساط المتحركة المرجحة في أنهما يعتمدان على عدد معين من المشاهدات الفعلية N واعتبارها هي المحددة للمستوى المتوقع.

بينما تذهب تقنية المسح الأسي إلى الأخذ بالإعتبار لكل المشاهدات المتاحة وذلك بتوزيع الأهمية وفقا لمتوالية هندسية متناقصة بدءا من المشاهدة الفعلية الأخيرة.

وتشترك تقنية الأوساط المتحركة المرجحة مع تقنية المسح الأسي في اعتبار أنّ

المشاهدة الفعلية الأخيرة X_t أهم من المشاهدة الفعلية X_{t-1} وهذه الأخيرة أهم من X_{t-2} وهكذا.

وفي الواقع كثيرا ما نصادف أنّ بعض الظواهر لا تخضع لهذا المنطق، فقد تكون المشاهدة X_{t-1} أهم من المشاهدة X_t في تحديد التوقع الخاص بالفترة t+1، وهذا ما سنراه في مثال حول مبيعات الخبز في التقنية المقبلة.

انطلاقا من هذا النقص الأساسي يأتي مدخل آخر للتوقع يبحث عن عدد المشاهدات الفعلية الأخيرة التي لها علاقة بتحديد المستوى المتوقع وكذا تحديد الأوزان المناسبة لتلك المشاهدات الفعلية وفقا لتقدير يخضع لنظرية المتوسطات وهذا ما تفعله نماذج الإنحدار الذاتي.

3 - 4 - تقنية التوقع باستخدام نماذج الإنحدار الذاتي

إنّ دراسة العلاقة الإرتباطية وصياغتها في شكل معادلة انحدار عادة ما تتم بين ظاهرتين أو أكثر، Y كتابع مستقل و X_i $(i = 1,2,\dots\dots N)$ كعوامل مستقلة، غير أنّ الأمر هنا يتعلق بصياغة العلاقة بين مستويات السلسلة X_t ونفس السلسلة متأخرة بـ K خطوة زمنية أي X_{t-K}، لهذا يطلق على هذا النوع من الإنحدار بالإنحدار الذاتي.

تقوم هذه الفكرة على فرضية أساسية : أنّ مستويات الظاهرة المتعاقبة زمنيا لها إرتباط فيما بينها، أي أنّ مستوى الظاهرة في الفترة t مرتبط بمستوى الظاهرة في الفترة t-1 والفترة t-2 وهكذا . وكما ذكرنا سابقا فإنّ نماذج الإنحدار لا تفترض مسبقا أنّ X_{t-1} لها تأثير أكبر X_{t-2} على Xt كما تفعل تقنيات المسح بأنواعها والتي عرفناها في المباحث السابقة.

وفي الحياة الإقتصادية والإجتماعية يمكننا إدراك ارتباط مستويات ظاهرة

معينة عبر الزمن، حيث يتأثر مستوى الظاهرة في الفترة t بمستويات نفس الظاهرة في الفترة السابقة وما قبلها، فمثلا عدد السكان في سنة 1996 له علاقة بعدد السكان في السنة السابقة 1995 وبعدد السكان في 1994 وهكذا.

وفيما يلي مثال حول المبيعات اليومية من الخبز في إحدى المخابز الكبرى للمدينة، نوضح من خلاله كيفية تشكيل السلاسل X_{t-1}، X_{t-2}، X_{t-3} ، X_{t-4}، وذلك انطلاقا من السلسلة الزمنية الأصلية X_t.

جدول رقم (18) : تشكيل السلاسل X_{t-1}، X_{t-2}، X_{x-4} انطلاقا من السلسلة الأصلية X_t.

الأيام	المبيعات اليومية X_t	X_{t-1}	X_{t-2}	X_{t-3}	X_{t-4}
1	4,6	-	-	-	-
2	6,8	4,6	-	-	-
3	5,1	6,8	4,6	-	-
4	7,1	5,1	6,8	4,6	-
5	4,6	7,1	5,1	6,8	4,6
6	5,5	4,6	7,1	5,1	6,8
7	4,1	5,5	4,6	7,1	5,1
8	5,1	4,1	5,5	4,6	7,1
9	3,7	5,1	4,1	5,5	4,6
10	5,0	3,7	5,1	4,1	5,5
11	4,4	5,0	3,7	5,1	4,1
12	5,2	4,4	5,0	3,7	5,1
13	4,1	5,2	4,4	5,0	3,7
14	5,4	4,1	5,2	4,4	5,0
15	4,6	5,4	4,1	5,2	4,4
16	5,9	4,6	5,4	4,1	5,2
17	3,0	5,9	4,6	5,4	4,1
18	6,8	3,0	5,9	4,6	5,4
19	3,1	6,8	3,0	5,9	4,6
20	5,9	3,1	6,8	3,0	5,9

تسمى معادلة الإنحدار التي تصور العلاقة الإرتباطية بين السلسلة الزمنية X_t بمستوياتها X_{t-1}، X_{t-2}... X_{t-K} بمعادلة الإنحدار الذاتي أو نموذج الإنحدار الذاتي وتكتب كالتالي :

$$X_t = \varphi_1 X_{t-1} + \varphi_2 X_{t-2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \varphi_K X_{t-K}$$

وتسمى المعاملات φ_1، φ_2، .... φ_K بمعاملات الإنحدار الذاتي ويسمى معامل الإرتباط r_K الذي يعبر عن شدة العلاقة بين السلسلة X_t والسلسلة X_{t-K} بمعامل الإرتباط الذاتي من المرتبة K.

الأكيد أنّ مستوى الظاهرة في الفترة t لا تتأثر بجميع المستويات السابقة، فهي تتأثر بدرجة معينة بالمستوى السابق مباشرة أي بـ X_{t-1} وبدرجة معينة بالمستوى X_{t-2} وهكذا حتى نصل إلى آخر مستوى X_{t-K} له تأثير على المستوى X_t بينما لا يتأثر X_t ببقية المستويات التي تسبق المستوى X_{t-K}، أو أنّ تأثيرها ضعيف بحيث يمكن إهماله.

وبالتالي فالإشكالية المطروحة تكمن في البحث عن عدد وفعالية (وترجيح) تلك المستويات السابقة في التأثير على المستوى X_t. بناءا على ذلك فإنّ معادلة الإنحدار الذاتي يمكن أن تحتوي على عنصر واحد أو إثنين أو أكثر، وطبقا لعدد العناصر المتحواة في معادلة الإنحدار الذاتي تحدد رتبة معادلة الإنحدار الذاتي وبالتالي يمكننا أن نميز بين :

- معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الأولى :

$$X_t = \varphi_{11} X_{t-1}$$

- معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الثانية :

$$X_t = \varphi_{21} X_{t-1} + \varphi_{22} X_{t-2}$$

- معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الثالثة :

$$X_t = \varphi_{31} X_{t-1} + \varphi_{32} X_{t-2} + \varphi_{33} X_{t-3}$$

....

- معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة K :

$$X_t = \varphi_{K1} X_{t-1} + \varphi_{K2} X_{t-2} + \dots\dots\dots + \varphi_{KK} X_{t-K}$$

ومن أجل استنباط نموذج للإنحدار الذاتي مقبول إحصائيا، ينبغي أخذ سلسلة زمنية لا يقل عدد مستوياتها عن 50 مستوى [9 ص 65]. وفيما يلي الخطوات التي ينبغي إتباعها من أجل بناء نموذج للإنحدار الذاتي واستخدامه في التوقع.

اولا : تحديد رتبة معادلة الإنحدار، وذلك بحساب معادلات الإرتباط الذاتي $r_1, r_1 \dots\dots r_K$ وتحديد رتبة معادلة الإنحدار وفقا لأكبر قيمة مطلقة لـ r.

ينصح الإحصائيون الإستمرار في حساب معاملات الإرتباط الذاتي إلى غاية الحدود : $1 < K \le \frac{n}{4}$ [9 ص 68]، حيث n طول السلسلة الزمنية.

ثانيا : تقدير معاملات الإنحدار الذاتي $\varphi_1, \varphi_2 \dots\dots\dots \varphi_K$ وذلك باستخدام أسلوب المربعات الصغرى.

ثالثا : استخدام معادلة الإنحدار الذاتي في التوقع.

غير أنّ الإعتماد على معاملات الإرتباط الذاتي من مختلف المراتب في تحديد رتبة معادلة الإنحدار عادة ما لا يكفي وحده، إذ قد نحصل على معاملات ارتباط واهية Absurde. لذلك عادة ما نتبع خطوات أخرى لتحديد رتبة معادلة الإنحدار المناسبة واستخدامها في التوقع، حيث نقوم مباشرة ببناء معادلتين أو ثلاثة أو أكثر إذا إقتضى الأمر من مراتب مختلفة :

$$X_t = \varphi_{11} X_{t-1}$$

$$X_t = \varphi_{21} X_{t-1} + \varphi_{22} X_{t-2}$$

$$X_t = \varphi_{31} X_{t-1} + \varphi_{32} X_{t-2} + \varphi_{33} X_{t-3}$$

ثمّ نختار تلك المعادلة التي تعطي أقل خطأ معياري للتقدير والمحسوب عن طريق العلاقة :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_t - \widehat{X}_t)^2}{n - 2K}}$$

وبعدها نستخدم المعادلة المختارة للحصول على التوقع للفترة الموالية للفترة الأخيرة.

ينبغي الإشارة إلى أنّه يمكن بناء معادلات الإنحدار الذاتي بإضافة العنصر الحر φ_0 في كل معادلة لتصبح معادلات الإنحدار الذاتي السابقة كالتالي :

$$X_t = \varphi_{10} + \varphi_{11} X_{t-1}$$

$$X_t = \varphi_{20} + \varphi_{21} X_{t-1} + \varphi_{22} X_{t-2}$$

$$X_t = \varphi_{30} + \varphi_{31} X_{t-1} + \varphi_{32} X_{t-2} X_t + \varphi_{33} X_{t-3}$$

وعندئذ نستعمل الصيغة التالية لحساب الخطأ المعياري للتقدير.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (X_t - \widehat{X}_t)^2}{n - 2K - 1}}$$

وفيما يلي سنبين كيفية تقدير معاملات الإنحدار الذاتي وفقا لأسلوب المربعات الصغرى.

إنّ الشكل العام لمعادلة الإنحدار الذاتي هو :

$$X_t = \varphi_{K1} X_{t-1} + \varphi_{K2} X_{t-2} + \ldots\ldots + \varphi_{KK} X_{t-K} + e$$

والمسألة تكمن في إيجاد تقدير جيد لمعاملات الإنحدار الذاتي : $\varphi_{K1}, \varphi_{K2}, \ldots\ldots \varphi_{KK}$ وأفضل طريقة لذلك هي تقديرات المربعات الصغرى وقد سبق عنها الحديث في الفصل السابق.

لدينا الفرق بين المستويات الحقيقية X_t والمقدرة $\widehat{X}_t$ وتسمى بالبواقي ei

وبالتالي يمكننا كتابة :

$$SSE = \sum e^2 = \sum (X_t - \hat{X}_t)^2 = \sum \left[X_t - \left(\varphi_{K1} X_{t-1} + \varphi_{K2} X_{t-2} + \dots + \varphi_{KK} X_{t-K} \right) \right]^2$$

وبإجراء الإشتقاقات الجزية بالنسبة لكل من : $\varphi_{K1}, \varphi_{K2}, \dots, \varphi_{KK}$ نحصل

على جملة المعادلات التالية :

$$\sum_{t=1+K}^{n} X_t X_{t-1} = \varphi_{K1} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-1}^2 + \varphi_{K2} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-1} X_{t-2} + \dots\dots + \varphi_{KK} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-1} X_{t-K}$$

$$\sum_{t=1+K}^{n} X_t X_{t-2} = \varphi_{K1} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-1} X_{t-2} + \varphi_{K2} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-2}^2 + \dots\dots + \varphi_{KK} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-2} X_{t-K}$$

....

$$\sum_{t=1+K}^{n} X_t X_{t-K} = \varphi_{K1} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-1} X_{t-K} + \varphi_{K2} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-2} X_{t-K} + \dots\dots + \varphi_{KK} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-K}^2$$

بحل هذه الجملة من المعادلات يمكننا تحديد معاملات الإنحدار :

$$\varphi_{K1}, \varphi_{K2} \dots\dots \varphi_{KK}$$

ففي حالة معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الأولى :

$$X_t = \varphi_{11} X_{t-1}$$

فإنّ تقدير معامل الإنحدار الذاتي φ_{11} يتم بحل المعادلة الوحيدة :

$$\varphi_{11} = \frac{\sum_{t=1+K}^{n} X_t X_{t-1}}{\sum_{t=1+K}^{n} X_{t-1}^2}$$

وفي حالة معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الثانية :

$$X_t = \varphi_{21} X_{t-1} + \varphi_{22} X_{t-2}$$

فإن تقدير معاملات الإنحدار φ_{21} و φ_{22} يتم بحل المعادلتين :

$$\sum_{t=1+K}^{n} X_t X_{t-1} = \varphi_{21} \sum_{t=1+K}^{v} X^2_{t-1} + \varphi_{21} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-1} X_{t-2}$$

$$\sum_{t=1+K}^{n} X_t X_{t-2} = \varphi_{21} \sum_{t=1+K}^{v} X_{t-1} X_{t-2} + \varphi_{22} \sum_{t=1+K}^{n} X^2_{t-2}$$

وفي حالة معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الثالثة :

$$X_t = \varphi_{31} X_{t-1} + \varphi_{32} X_{t-2} + \varphi_{33} X_{t-3}$$

فإنّ تقدير المعاملات : φ_{33}، φ_{32}، φ_{31} يتم عن طريق حل جملة المعادلات :

$$\sum_{t=1+K}^{n} X_t X_{t-1} = \varphi_{31} \sum_{t=1+K}^{v} X^2_{t-1} + \varphi_{32} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-1} X_{t-2} + \varphi_{33} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-1} X_{t-3}$$

$$\sum_{t=1+K}^{n} X_t X_{t-2} = \varphi_{31} \sum_{t=1+K}^{v} X_{t-1} X_{t-2} + \varphi_{32} \sum_{t=1+K}^{n} X^2_{t-2} + \varphi_{33} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-2} X_{t-3}$$

$$\sum_{t=1+K}^{n} X_t X_{t-3} = \varphi_{31} \sum_{t=1+K}^{v} X_{t-1} X_{t-3} + \varphi_{32} \sum_{t=1+K}^{n} X_{t-2} X_{t-3} + \varphi_{33} \sum_{t=1+K}^{n} X^2_{t-3}$$

وفي حالة معادلات الإنحدار الذاتي من مراتب أعلى يمكن الإستعانة بحساب المصفوفات(*) مثلما سنفعل في الفصل القادم عند عرضنا لنموذج الإنحدار المتعدد.

مثال :

سنحاول تطبيق المنهجية المقترحة على المعطيات الواردة في الجدول رقم (18) والمتعلقة بالمبيعات اليومية من الخبز لإحدى المخابز الكبرى في المدينة، وذلك من أجل التوقع بالمبيعات في اليوم 21.

(*) للتعرف على مفهوم المصفوفة والعمليات الجبرية على المصفوفات يمكن الرجوع إلى :
- عبد العزيز شرابي، الرياضيات الإقتصادية، المصفوفات. الطبعة الثانية، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر 1993.

سنقوم بتقدير مجموعة من معادلات الإنحدار الذاتي وفي كل مرة نقوم بحساب الخطأ المعياري للتقدير.

تقدير معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الأولى :

$$X_t = \varphi_{11}\ X_{t-1}$$

لدينا :

$$\varphi_{11} = \frac{\sum_{t=2}^{20} X_t\ X_{t-1}}{\sum_{t=2}^{20} X_{t-1}^2}$$

جدول رقم (18) : المجاميع اللازمة لتقدير معامل الإنحدار الذاتي φ_{11}

الأيام	X_t	X_{t-1}	$X_t X_{t-1}$	X_{t-1}^2
1	4,6	-	-	-
2	6,8	4,6	31,28	21,16
3	5,1	6,8	34,68	46,24
4	7,1	5,1	36,21	26,01
5	4,6	7,1	32,66	50,41
6	5,5	4,6	25,30	21,16
7	4,1	5,5	22,55	30,25
8	5,1	4,1	20,91	16,81
9	3,7	5,1	18,87	26,01
10	5,0	3,7	18,50	13,69
11	4,4	5,0	22,00	25,00
12	5,2	4,4	22,88	19,36
13	4,1	5,2	21,32	27,04
14	5,4	4,1	22,14	16,81
15	4,6	5,4	24,84	29,16
16	5,9	4,6	27,41	21,16
17	3,0	5,9	17,70	34,81
18	6,8	3,0	20,40	9,00
19	3,1	6,8	21,08	46,24
20	5,9	3,1	18,29	9,61
المجموع	-	-	458,75	489,93

إذا :
$$\varphi_{11} = \frac{458,75}{489,93} = 0,936$$

وبالتالي فإنّ معادلة الإنحدار من المرتبة الأولى تأخذ الشكل :

$$\hat{X}_t = 0,936 \ X_{t-1}$$

نقوم الآن بحساب الخطأ المعياري للتقدير الخاص بمعادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الأولى :

جدول رقم (19) : المجاميع اللازمة لحساب الخطأ المعياري للتقدير الخاص بمعادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الأولى

الأيام	X_t	$\hat{X}_t$	$X_t - \hat{X}_t$	$(X_t - \hat{X}_t)^2$
1	4,6	-	-	-
2	6,8	4,30	2,5	6,25
3	5,1	6,36	- 1,26	1,58
4	7,1	4,77	2,33	5,42
5	4,6	6,64	- 2,04	4,16
6	5,5	4,30	1,20	1,44
7	4,1	5,14	- 1,04	1,08
8	5,1	3,83	1,27	1,61
9	3,7	4,77	- 1,07	1,14
10	5,0	3,46	1,54	2,37
11	4,4	4,68	- 0,28	0,07
12	5,2	4,11	1,09	1,18
13	4,1	4,86	- 0,76	0,57
14	5,4	3,83	1,57	2,46
15	4,6	5,05	- 0,45	0,20
16	5,9	4,30	1,6	2,56
17	3,0	5,52	- 2,52	6,35
18	6,8	2,80	4,00	16,00
19	3,1	6,36	- 3,26	10,62
20	5,9	2,90	3,00	9,00
المجموع	-	-	-	74,06

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\sum_{t=3}^{20}\left(X_t - \hat{X}_t\right)^2}{20-4}} = \sqrt{\frac{8,50}{16}} = 0,728$$

$$\sigma_2 = 0,728$$

وبنفس الطريقة يمكننا تقدير معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الثالثة :

$$\hat{X}_t = \varphi_{31} X_{t-1} + \varphi_{32} X_{t-2} + \varphi_{33} X_{t-3}$$

ولجدها تساوي :

$$\hat{X}_t = 0,06 X_{t-1} + 0,95 X_{t-2} + 0,07 X_{t-3}$$

أما الخطأ المعياري للتقدير والخاص بمعادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الثالثة فنجده يساوي :

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{\sum_{t=4}^{20}\left(X_t - X_t\right)^2}{20-6}} = \sqrt{\frac{8,10}{12}} = 0,821$$

ولما كان : $\sigma_3 > \sigma_2 < \sigma_1$

أي أنّ الخطأ المعياري للتقدير لمعادلة الإنحدار من المرتبة الثانية أقل من الخطأ المعياري للتقدير الخاص بمعادلة الإنحدار من المرتبة الأولى وأقل أيضا من الخطأ المعياري للتقدير الخاص بمعادلة الإنحدار من المرتبة الثالثة. وبالتالي يمكننا أن نقول أن معادلة الإنحدار الذاتي من المرتبة الثانية هي الأفضل بالنسبة لمثالنا ويمكننا استخدامها في التوقع.

لدينا :

$$\hat{X}_t = 0,03 X_{t-1} + 0,94 X_{t-2}$$

يمكننا التوقع بمبيعات الخبز لليوم الواحد والعشرين، على اعتبار أن آخر مستوى معلوم لدينا هي مبيعات اليوم العشرين، (جدول رقم 18) وذلك كالتالي :

$$\hat{X}_{21} = 0,03\ X_{20} + 0,94\ X_{19}$$

$$\hat{X}_{21} = 0,03\ .\ 5,9 + 0,94\ .\ 3,1$$

$$\hat{X}_{21} = 3,091$$

ولما تصبح المبيعات الفعلية لليوم 21 معلومة لدينا يمكننا التوقع بمبيعات اليوم 22 كالتالي :

$$\hat{X}_{22} = 0,03\ X_{21} + 0,94\ X_{20}$$

وهكذا نكون قد تعرفنا على أربعة تقنيات للتوقع في هذا الفصل، تقنية الأوساط المتحركة البسيطة ثم المرجحة ثم تقنية المسح الأسي وأخيرا تقنية الإنحدار الذاتي، والخاصية المشتركة لهذه التقنيات هي إمكانية تطبيقها فقط عند السلاسل الزمنية المستقرة بالإضافة إلى كونها تقنيات للتوقع بفترة زمنية واحدة. ورغم أنه كان ممكنا إستخدام تقنيات المسح من مراتب أعلى للتوقع عند السلاسل الزمنية غير المستقرة إلا أن إستخدام التقنيات التي سنتعرف عليها في الفصل القادم تعتبر أكثر دقة في حالة السلاسل الزمنية غير المستقرة.

تمارين :

1 - إذا كانت لديك الإحصاءات التالية خاصة بالمبيعات الأسبوعية لإحدى المساحات الكبرى :

الأسبوع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المبيعات مليون دج	9	8	9	12	9	12	11	7	13	9	11	10

المطلوب : التوقع بقيمة المبيعات للأسبوع 13 باستخدام الأوساط المتحركة على أساس 3 ثمّ على أساس 4، أي الأساسين أفضل ؟

2 - نفس المعطيات الخاصة بالتمرين 1 والمطلوب :

التوقع بمبيعات الأسبوع 13 باستخدام الأوساط المتحركة المرجحة على أساس 3 وفقا لهيكلين مختلفين :

الهيكل الأول : $K_1 = 0,40, K_2 = 0,35, K_3 = 0,25$.

الهيكل الثاني : $K_1 = 0,60, K_2 = 0,30, K_3 = 0,10$.

3 - لدينا المبيعات الشهرية لإحدى المؤسسات كالتالي :

الوحدة : ألف دج

الشهر	المبيعات	الشهر	المبيعات	الشهر	المبيعات
جانفي	4200	ماي	3500	سبتمبر	3800
فيفري	4100	جوان	3700	أكتوبر	4200
مارس	4300	جويلية	3400	نوفمبر	4400
أفريل	3800	أوت	3300	ديسمبر	-

المطلوب : التوقع بمبيعات شهر ديسمبر باستخدام تقنية المسح الأسي مرة بـ $\alpha = 0,1$ ومرة بـ $\alpha = 0,2$ ومرة بـ $\alpha = 0,3$. ما هو مقدار α الذي أعط أفضل التوقعات ؟

وضح على الرسم البياني المبيعات الشهرية الفعلية والمتوقعة حسب كل مقدار من مقادير α المذكورة أعلاه.

4 - لدينا الإحصاءات التالية خاصة بالإنتاج اليومي من الحليب في إحدى التعاونيات (بمئات الليترات).

اليوم	الإنتاج اليومي
1	40
2	38
3	36
4	38
5	29
6	30
7	48
8	40
9	36
10	50
11	40
12	35
13	42
14	38
15	42

المطلوب : تقدير معادلات الإنحدار الذاتي من المرتبة الأولى والثانية والثالثة، واختيار المعادلة الأفضل من أجل استخدامها في التوقع بانتاج الحليب لليوم 16. هل يمكن التوقع لليوم 17؟ لماذا؟

5 - يعتبر ثابت المسح الأسي الأكثر شيوعا في التطبيقات الإقتصادية هو $\alpha = 0,1$، لماذا في رأيك ؟

6 – لدينا الإحصاءات التالية خاصة بتطور المخزونات من المواد الأولية في إحدى المؤسسات.

الأسبوع	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
المخزونات طن	100	106	113	118	125	129	130	136	142	148	152	159

- هل يمكن إستخدام إحدى الطرق التالية للتوقع بتطور المخزونات : الأوساط المتحركة البسيطة والمرجحة، المسح الأسي، الإنحدار الذاتي ؟ لماذا ؟
- إجر التحويلات اللازمة لتحويل السلسلة الزمنية إلى سلسلة زمنية مستقرة.
- التوقع بالمخزونات من المواد الأولية في الشهر 13 باستخدام إحدى الطرق المناسبة.

الفصل الرابع : تقنيات التوقع بأكثر من فترة زمنية واحدة

إذا كانت التقنيات التي عرفناها في الفصل السابق تسمح لنا بالتوقع بمستوى الظاهرة فقط بخطوة زمنية واحدة، قد تكون هذه الخطوة يوم أو أسبوع أو شهر أو سنة، أي حسب طبيعة السلسلة الزمنية المعطاة، فإن التقنيات التي سوف نتعرف عليها في هذا الفصل تسمح لنا للتوقع بخطوة زمنية واحدة أو أكثر، كما أن هذه التقنيات ستسمح لنا ليس فقط للتوقع بنقطة -كما هو الشأن في التقنيات السابقة- بل تتيح لنا إمكانية لتحديد مجال للتوقع باحتمال معين. سنتعرف في هذا الفصل على التقنيات التالية : معادلة الإتجاه، معادلة الإنحدار البسيط والمتعدد، كما سنتعرف أيضا على إحدى التقنيات النوعية المستخدمة في التنبؤ وهي تقديرات الخبراء.

4 - 1 - التوقع باستخدام معادلة الإتجاه

رأينا في المبحث 2 - 5 من الفصل الثاني كيفية إستخدام معادلة الإتجاه في تسوية السلاسل الزمنية، تعرفنا عن كيفية إختيار شكل معادلة الإتجاه ثم تقدير معالمها باستخدام أسلوب المربعات الصغرى، كما تعرفنا على كيفية الحصول على المستويات المقدرة $\hat{Y}_i$ للسلسلة الزمنية، ومن أجل إستخدام معادلة الإتجاه في التوقع لابد من إضافة الخطوات التالية :

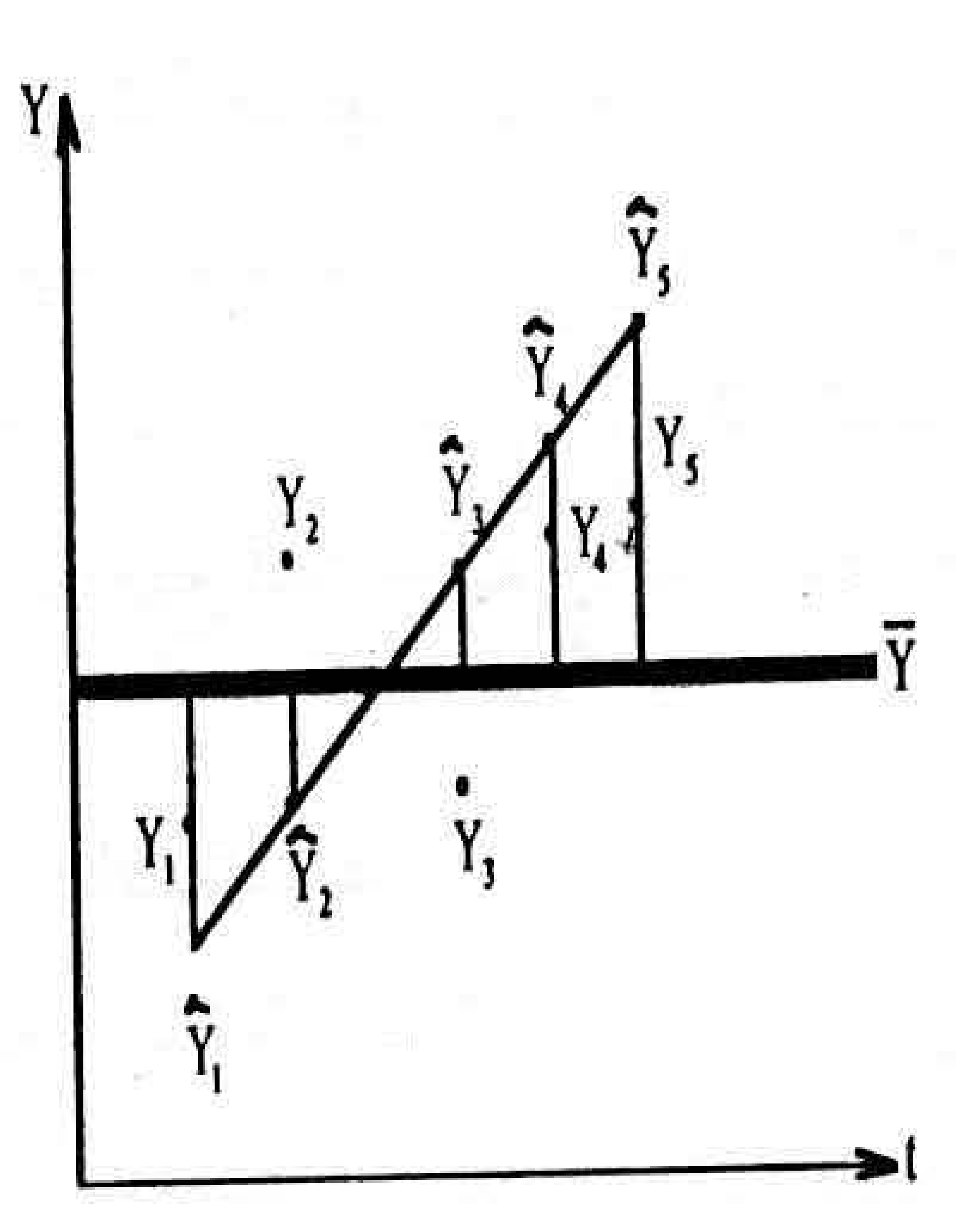
أولا : حساب معامل التحديد r^2 الذي يبين النسبة المئوية من تغير الظاهرة المدروسة Y والذي يمكن تفسيره بتغير الزمن t، وكذا معامل الإرتباط r للتعرف عن شدة العلاقة وطبيعتها (طردية أو عكسية) بين Y و t. يمكننا حساب معامل التحديد

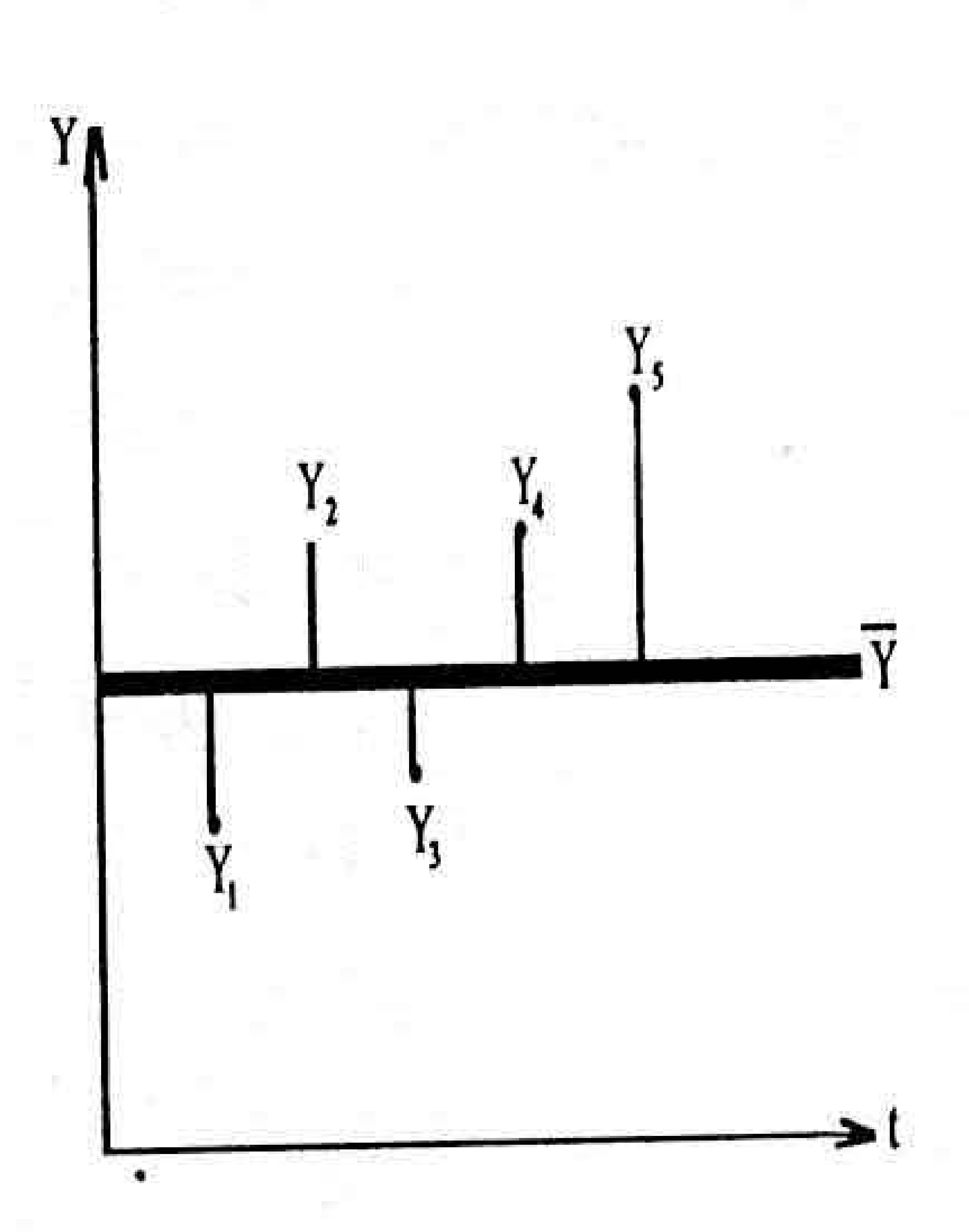
من خلال إحدى العلاقات التالية :

$$r^2 = \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = \frac{\sum(\hat{Y}_t - \overline{Y})^2}{\sum(Y_t - \overline{Y})^2}$$

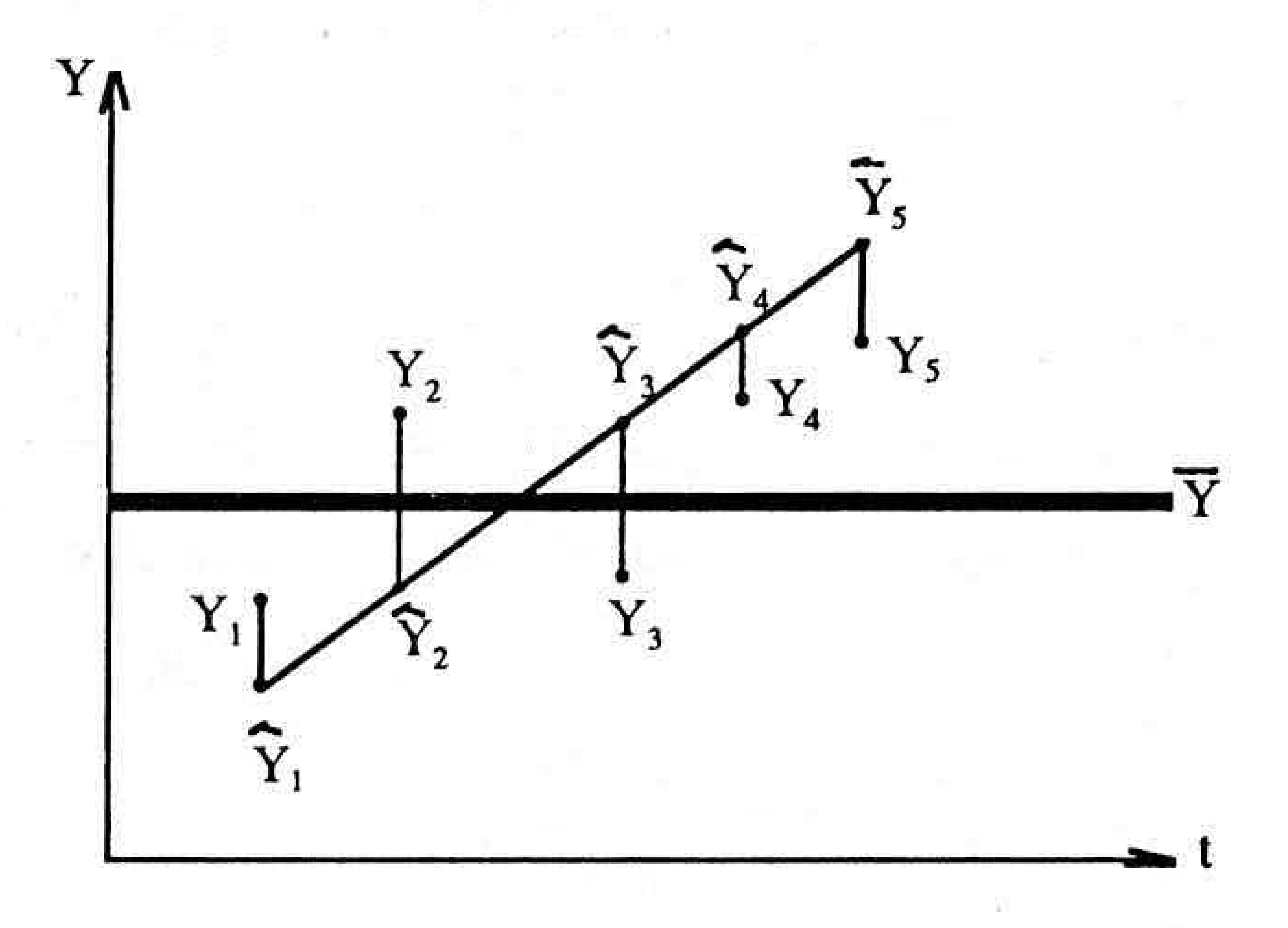
$$r^2 = 1 - \frac{\text{التباين غير المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = 1 - \frac{\sum(Y_t - \hat{Y}_t)^2}{\sum(Y_t - \overline{Y})^2}$$

ومن خلال العلاقة الخطية البسيطة بين Y و t يمكننا أن نوضح المفاهيم الإحصائية الواردة في الصيغ أعلاه.





$$\text{التباين المفسر} = \sigma^2_{\hat{Y}} = \frac{\sum(\hat{Y} - \overline{Y})^2}{n} \qquad \text{التباين الإجمالي} = \sigma^2_{Y} = \frac{\sum(Y - \overline{Y})^2}{n}$$



التباين غير المفسر = $\frac{\Sigma (Y_t - \hat{Y})^2}{n} = \sigma_\varepsilon^2$.

ويبدو واضحا أن $\sigma_Y^2 = \sigma_{\hat{Y}}^2 + \sigma_\varepsilon^2$ أي :

التباين الإجمالي = التباين المفسر + التباين غير المفسر.

إن معامل التحديد r^2 دوما موجب ويكون محصورا ضمن المجال $0 \leq r^2 \leq 1$.

فمثلا عندما $r^2 = 0,75$. هذا يعني أن 75% من تغير Y يمكن أن تفسيره بتغير عامل الزمن t.

أما معامل الإرتباط فهو عبارة عن : $r = \sqrt{r^2}$، وهو يعبر عن شدة وطبيعة العلاقة بين Y و t ويكون محصورا ضمن المجال : $-1 \leq r \leq +1$.

وإشارته تكون من نفس إشارة معامل الإنحدار في معادلة الإتجاه.

كلما كانت قيمة r قريبة من 1 كلما دل ذلك على وجود علاقة شديدة بين Y و t. ينبغي الإشارة إلى أنه يمكننا حساب معامل الإرتباط أولا باستخدام صيغة بيرسون التالية :

$$r_{Y_t} = \frac{n \sum Y t - \sum t . \sum Y}{\sqrt{\left[n \sum t^2 - (\sum t)^2\right] . \left[n \sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]}}$$

وبعدها نحسب معامل التحديد r^2.

عند إقتصار الدراسة على عينة من المجتمع الإحصائي يصبح من الضروري إختبار معنوية معامل الإرتباط للتأكد من أنه لم يكن نتيجة الصدفة. وبالنظر لتعاملنا في مجال الإقتصاد مع العينات الصغيرة والمتوسطة(*) الحجم فإننا عادة مانستخدم الصيغة التالية لإحصاء t :

$$t = \frac{r \sqrt{n - 2}}{\sqrt{1 - r^2}}$$

حيث r معامل الأرتباط، n عدد مستويات السلسلة الزمنية المدروسة.

إن هذه الصيغة لـ t لها توزيع يقارب توزيع ستودنت، وبالتالي يمكننا مقارنة قيمة t المحسوبة مع القيمة الجدولية لـ t بمستوى دلالة معين α ودرجات حرية قدرها n - K (n - 2 في حالة معادلة الخط المستقيم) حيث K عدد المعلمات في معادلة الإتجاه.

فإذا كان $|t_{cal.}| > t_{tab.}$ نقول أن قيمة r معنوية.

ثانيا : نستخدم المعادلة المقدرة في التوقع للفترة المطلوبة وذلك بالتعويض عن t في معادلة الإتجاه المقدرة بالقيمة المقابلة له في فترة التوقع. ينبغي الإشارة إلى أن عدد خطوات التوقع (سنرمز لها بـ τ لاحقا)، يجب أن لا تتجاوز سدس إلى خمس عدد مستويات السلسلة الزمنية التي تم على أساسها تقدير معادلة الإتجاه. وبصفة عامة كلما كانت فترة التوقع قصيرة كلما زاد إحتمال الحصول على توقعات

(*) عند العينات الكبيرة نستخدم الصيغة التالية : $t = r \sqrt{n - 1}$.

دقيقة، وكلما كانت فترة التوقع طويلة كلما تضاعفت إمكانيات حصول مستجدات في الشروط والظروف المحيطة بالظاهرة المدروسة، وبالتالي تكون نتائج التوقع أقل دقة.

ينبغي أيضا تحديد مجال التوقع، لأن التوقع هو قيمة إحتمالية ومايحدث في الحياة العملية هو أن المستويات الفعلية تنحرف زيادة أو نقصانا عن القيمة المتوقعة بمقدار معين، وهناك إمكانية لتحديد هذا المجال مسبقا باحتمال معين [4 ص 85].

مستوى الثقة	%68	%95	%99
المجال	$\hat{Y}_{PR.} \pm S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$	$\hat{Y}_{PR.} \pm 2S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$	$\hat{Y}_{PR.} \pm 3S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$

حيث τ تشير إلى عدد الخطوات الزمنية للتوقع، أما $S_{\hat{Y}t+\tau}$ (*) فهو الخطأ المعياري للتوقع ويتم تحديده عند معادلة الإتجاه وفقا لمعادلة الخط المستقيم كالتالي [4 ص ص 84 - 85].

$$S_{\hat{Y}_{t+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum\left(Y-\hat{Y}\right)^2}{n-2}} \cdot \sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{\left(\tau+\frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum t^2-\frac{(\sum t)^2}{2}}}$$

$$S_{\hat{Y}_{t+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum Y^2-a\sum Y-b\sum Yt}{n-2}} \cdot \sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{\left(\tau+\frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum t^2-\frac{(\sum t)^2}{2}}}$$

(*) يستخدم عادة الرمز σ عند المجتمع الإحصائي، بينما نستخدم الرمز S عند العينات.

مثال (1) : لدينا الإحصاءات التالية خاصة برصيد الدين الخارجي للجزائر خلال الفترة 1967 - 1993.

السنوات	رصيد الدين الخارجي مليار دولار أمريكي	السنوات	رصيد الدين الخارجي مليار دولار أمريكي
1967	0,3724	1980	19,2420
1968	0,4766	1981	18,3790
1969	0,6779	1982	17,6040
1970	0,9380	1983	16,0470
1971	1,2321	1984	15,0970
1972	1,5117	1985	16,4850
1973	2,9446	1986	20,4360
1974	3,3249	1987	24,3860
1975	4,4750	1988	24,8500
1976	7,3900	1989	26,0630
1977	10,1000	1990	26,1230
1978	14,8000	1991	27,796
1979	17,4000	1992	27,0000
		1993	27,8000

وكان المطلوب هو التوقع برصيد الدين الخارجي لسنة 1995 وأيضا لسنة 2000 بافتراض أن معادلة الإتجاه المناسبة هي :

$$\hat{Y} = a + b\,t$$

خطوات العمل :

نقوم بإعداد المجاميع اللازمة لتقدير معلمات معادلة الإتجاه a، b، يمكننا

إعطاء قيم معينة لـ t بحيث يكون $\sum t = 0$، وبالتالي يصبح لدينا :

$$\sum Y = n\,a + 0$$

$$\sum Y\,t = 0 + b \sum t^2$$

ومنه :

$$a = \frac{\sum Y}{n} \quad , \quad b = \frac{\sum Y\,t}{\sum t^2}$$

ومن الجدول رقم (22) لدينا :

$$a = \frac{\sum Y}{n} = \frac{372,9492}{27} = 13,8129$$

$$b = \frac{\sum Y\,t}{\sum t^2} = \frac{2003,2256}{1638} = 1,2229$$

إذا معادلة الإتجاه المقدرة(*) هي :

$$\hat{Y}_t = 13,8129 + 1,2229\,t$$

a هنا تمثل متوسط مستوى رصيد الدين الخارجي خلال الفترة 1993/1967 بينما b تمثل مقدار الزيادة المتوسطة السنوية لرصيد الدين الخارجي خلال الفترة المدروسة.

(*) كان ممكنا تقدير معادلة الإتجاه بإعطاء قيم لـ t من 1 إلى 27 وعندها نحصل على معادلة الإتجاه المقدرة كالتالي : $\hat{Y}_t = 3,433 + 1,229\,t$.

a هنا تعني مقدار $\hat{Y}$ عندما $t = 0$ أي قيمة رصيد الدين الخارجي في سنة 1966.

جدول رقم (22) : المجاميع اللازمة لتقدير معادلة الإتجاه

$$\hat{Y} = a + b\,t$$

الرقم	السنوات	Yi	t	t^2	Yt	Y_i^2
1	1968	0,3724	- 13	169	- 4,8412	0,1386
2	1968	0,4766	- 12	144	- 5,7192	0,2271
3	1969	0,6779	- 11	121	- 7,4569	0,4595
4	1970	0,9380	- 10	100	- 9,38	0,8798
5	1971	1,2321	- 9	81	- 11,0889	1,5180
6	1972	1,5117	- 8	64	- 12,0936	2,2852
7	1973	2,9446	- 7	49	- 20,6122	8,6706
8	1974	3,3249	- 6	36	- 19,9494	11,0549
9	1975	4,4750	- 5	25	- 22,3750	20,0256
10	1976	7,3900	- 4	16	- 29,56	54,6121
11	1977	10,1000	- 3	9	- 30,3	102,0100
12	1978	14,8000	- 2	4	- 29,6	219,0400
13	1979	17,4000	- 1	1	- 17,4	302,7600
14	1980	19,2490	0	0	0	370,2545
15	1981	18,3790	1	1	18,3790	337,7876
16	1982	17,6040	2	2	35,2080	309,9008
17	1983	16,0470	3	9	48,1410	257,5062
18	1984	15,0970	4	16	60,3880	227,9194
19	1985	16,4830	5	25	82,4150	271,6892
20	1986	20,4360	6	36	122,6160	417,6300
21	1987	24,3860	7	49	170,7020	594,6769
22	1988	24,8500	8	64	198,8000	617,5225
23	1989	26,0630	9	81	274,5670	679,2799
24	1990	26,0630	10	100	2161,2300	682,4111
25	1991	27,7960	11	121	305,7560	772,6176
26	1992	27,000	12	144	324,0000	729,0000
27	1993	27,8000	13	169	361,4000	772,8400
المجموع	/	372,9492	0	1638	2003,2256	7764,7171

نقوم بحساب معامل التحديد باستخدام إحدى العلاقات السابقة :

$$r^2 = \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = \frac{\sum(\hat{Y} - \overline{\overline{Y}})^2}{\sum(Y - \overline{Y})^2}$$

وفي حالة معادلة الخط المستقيم $Y = a + b\,t$ يمكننا أن نكتب :

$$r^2 = \frac{b^2\left[\sum t^2 - (\sum t)^2/n\right]}{\sum Y^2 - (\sum Y)^2/n}$$

إذا :

$$r^2 = \frac{(1{,}2229)^2\left[1638 - \frac{0}{27}\right]}{7764{,}7171 - \frac{(372{,}9492)^2}{27}}$$

$$r^2 = \frac{2449{,}4652}{2613{,}1949} = 0{,}9373$$

هذا يعني أن 93,73% من تغير رصيد الدين الخارجي يمكن تفسيره بتغير الزمن t، مع الإشارة إلى أن الزمن هنا لايجب أن ننظر إليه على أنه مجرد تعاقب وحدات زمنية فقط، بل هو حصيلة تضم كل العوامل التي يمكن أن تؤثر في الظاهرة المدروسة: رصيد الدين الخارجي.

إذا معامل الإرتباط :

$$r = \sqrt{r^2} = \sqrt{0{,}9373} = 0{,}9681$$

إشارة r تتطابق مع إشارة b في معادلة الإتجاه المقدرة وهي موجبة، وبالتالي يمكننا القول أن علاقة Y و t قوية جدا وطردية.

ومن أجل التأكد من معنوية معامل الإرتباط، نحسب العلاقة :

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0{,}9681\sqrt{27-2}}{\sqrt{1-0{,}9373}} = 19{,}3387$$

وبالرجوع إلى جدول t بدرجات حرية قدرها $n - 2 = 27 - 2 = 25$ ودرجة ثقة قدرها 95% نجد أن (أنظر الملحق) :

$$t_{tab.\ 25;\ 95\%} = 2,060$$

إذا $t_{cal.} > t_{tab.}$ وبالتالي يمكننا أن نعتبر أن معامل الإرتباط المحسوب معنوي بثقة قدرها 95%.

التوقع برصيد الدين الخارجي لسنة 1995

لدينا معادلة الإتجاه المقدرة $\hat{Y}_t = 13,8129 + 1,2229\, t$ نعوض فيها عن قيمة t المقابلة لسنة 1995 وهي : 15 ومنها نحصل على رصيد الدين المتوقع :

$$\hat{Y}_{1995} = 13,8129 + 1,2229\,(15) = 32,1564$$ مليار دولار

ومن أجل تحديد المجال المتوقع باحتمال 95% علينا أولا بحساب الخطأ المعياري للتوقع.

$$S_{\hat{Y}_{t+2}} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a\sum Y - b\sum Yt}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\tau + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum t^2 - \frac{(\sum t)^2}{2}}}$$

$$S_{\hat{Y}_{t+2}} = \sqrt{\frac{7764,7171 - 13,8129 \cdot 372,9492 - 1,2229 \cdot 2003,2256}{27-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{27} + \frac{\left(2 + \frac{27-1}{2}\right)^2}{1638 - \frac{0}{27}}}$$

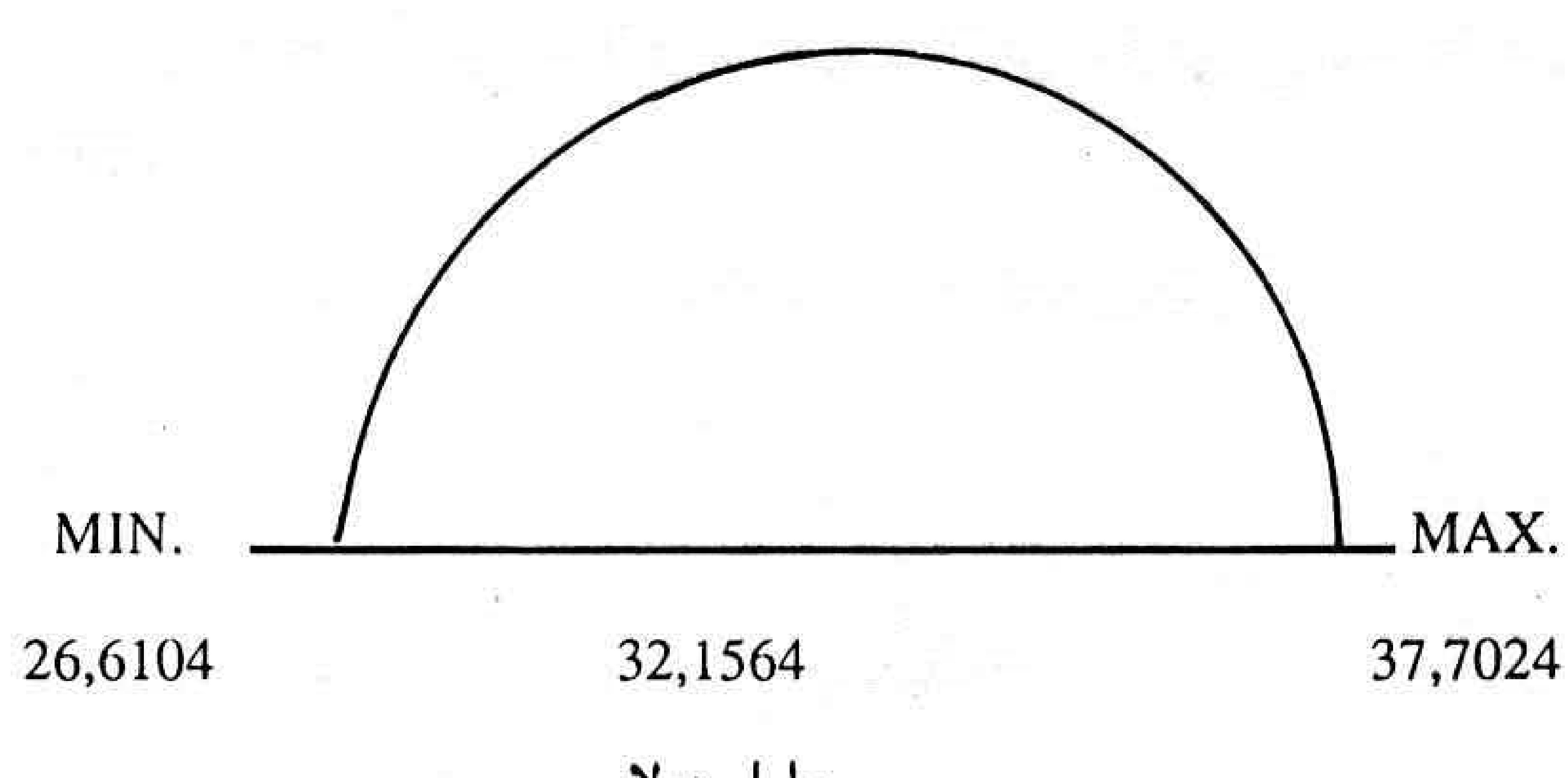
$$S_{\hat{Y}_{t+2}} = \sqrt{6,5491} \cdot \sqrt{1,1743} = 2,7730$$ مليار دولار

إذا رصيد الدين الخارجي المتوقع لسنة 1995 سيكون محصورا ضمن المجال التالي باحتمال 95%.

$$.32,1564 \pm 2 \;.\; 2,7730$$

سنة 1995

باحتمال 95%



مليار دولار

التوقع برصيد الدين الخارجي لسنة 2000

نعوض في المعادلة المقدرة بقيمة t المقابلة لسنة 2000 وهي: 20 نحصل على:

مليار دولار $.\hat{Y}_{2000} = 13,8129 + 1,2229\ (20) = 38,2709$

ومن أجل تحديد المجال المتوقع لرصيد الدين الخارجي في سنة 2000 باحتمال 95% نحسب أولا الخطأ المعياري للتوقع :

$$S_{\hat{Y}_{t+7}} = \sqrt{6,5491} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{27} + \frac{\left(7 + \frac{27-1}{2}\right)^2}{1638 - \frac{0}{27}}}$$

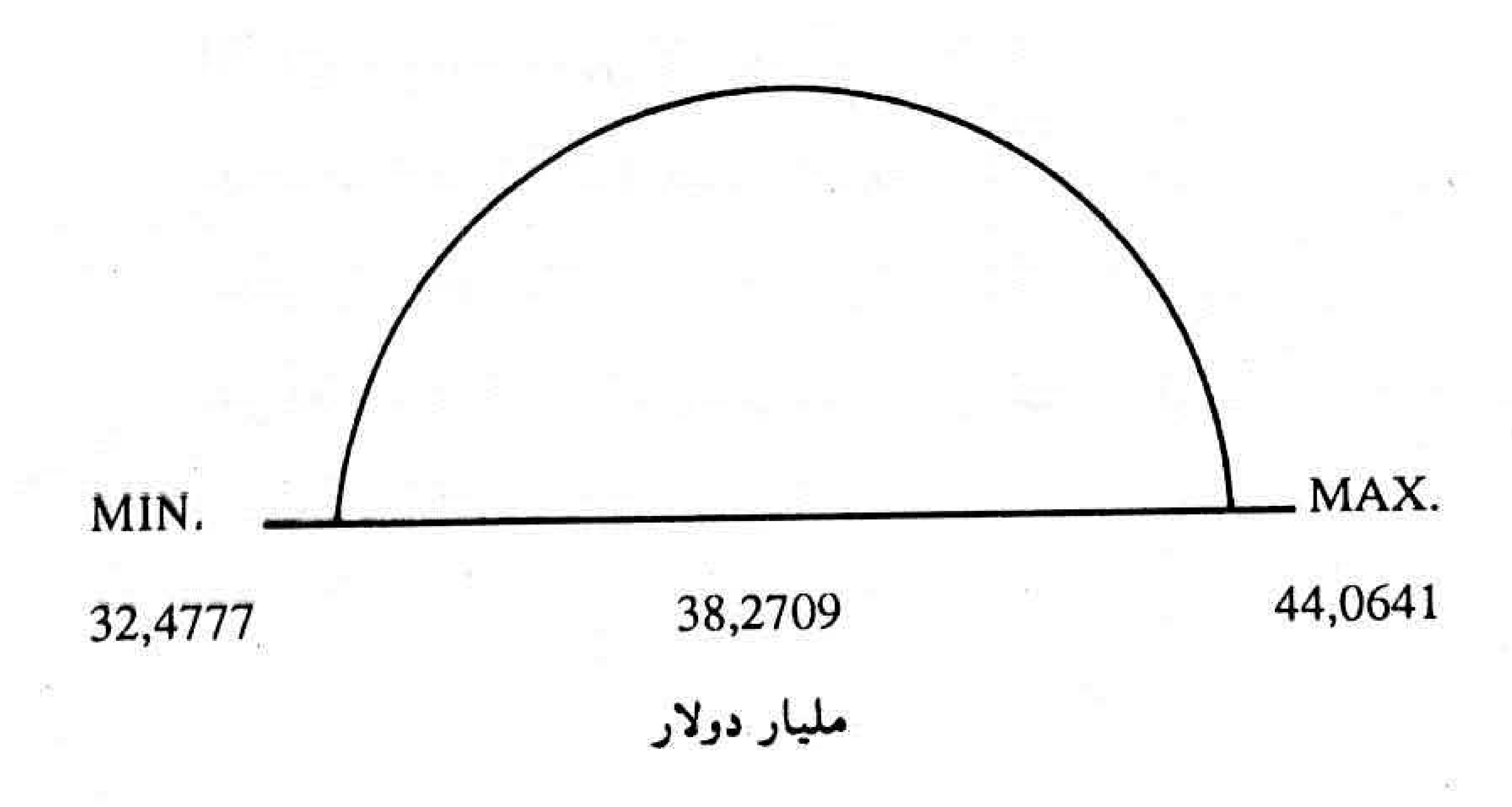
$$S_{\hat{Y}_{t+7}} = \sqrt{6,5491} \cdot \sqrt{1,2812} = 2,8966 \text{ مليار دولار}$$

إذا فالمجال الذي سيتراوح ضمنه رصيد الدين الخارجي في سنة 2000 باحتمال 95% هو :

$$.38,2709 \pm 2 \ . \ 2,8966$$

سنة 2000

باحتمال 95%



مليار دولار

مـثـال (2) : لدينا المعطيـات التـاليـة حـول النفـقـات السنوية لشق وبناء الطرقات في إحدى الولايات خلال الفترة 1984 - 1994، والمطلوب هو التـوقع بهذه النفقات لسنة 1995 ثم لسنة 1997 . مع إفـتـراض أن شكل معـادلة الإتجاه هي : $\hat{Y}_t = a + b\,t$.

جدول رقم (23) : النفقات السنوية لشق وبناء الطرقات في إحدى الولايات والمجاميع اللازمة لتقدير معادلة الإتجاه وتقدير جودتها

السنة	النفقات السنوية Y (مليون دج)	t	t^2	Yt	$Y-\bar{Y}$	$(Y-\bar{Y})^2$	$\hat{Y}$	$\hat{Y}-\bar{Y}$	$(\hat{Y}-\bar{Y})^2$
1984	560	1	1	560	- 466	217156	476,80	- 549,20	301620,64
1985	608	2	4	1216	- 418	174724	586,64	- 439,36	193037,20
1986	685	3	9	2055	- 341	116281	696,48	- 329,52	108583,43
1987	807	4	16	3228	- 219	47961	806,32	- 219,68	48259,30
1988	839	5	25	4195	- 187	34969	916,16	- 109,84	12064,82
1989	914	6	36	5484	- 112	12544	916,16	0	0
1990	1100	7	49	7700	74	5476	1135,84	109,84	1206482
1991	1196	8	64	9568	170	28900	1245,64	219,68	48259,30
1992	1490	9	81	13410	464	215296	1355,52	329,52	108583,43
1993	1574	10	100	15740	548	300304	1465,36	439,36	193037,20
1994	1513	11	121	16643	487	237136	549,20	1575,20	301620,64
المجموع	11286	66	506	79799	-	1390780	11286	-	1327130,78

$$\overline{Y} = \frac{\sum Y}{n} = \frac{11286}{11} = 1026$$

لدينا المعادلتين :

$$\sum Y = n a + b \sum t$$

$$\sum Y t = a \sum t + b \sum Yt$$

وبالتعويض نحصل على :

$$11286 = 11 a + 66 b$$

$$79799 = 66 a + 506 b$$

بحل المعادلتين نجد أن : $b = 109,84$, $a = 366,96$

إذا معادلة الإتجاه المقدرة هي : $\hat{Y}_t = 366,96 + 109,84\, t$

نحسب الآن معامل التحديد ومعامل الإرتباط :

$$r^2 = \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = \frac{\sum(\hat{Y} - \overline{Y})^2}{\sum(Y - \overline{Y})^2} = \frac{1327130,78}{1390780} = 0,95$$

وبالتالي : $r = \sqrt{0,95} = 0,97$

هذا يعني أن 95% من تغير النفقات السنوية على بناء وشق الطرقات يمكن تفسيره بتغير الزمن t، وأن العلاقة قوية جدا وطردية بين Y و t لأن معامل الإرتباط قريب من 1 وموجب.

ومن أجل إختبار المعنوية الإحصائية لمعامل الإرتباط نحسب قيمة t (إحصاء ستودنت).

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,97\sqrt{11-2}}{\sqrt{1-0,95}} = 13,22$$

بينما قيمة t الجدولية (أنظر الملحق) عند درجات الحرية $n - k = 11 - 2 = 9$ وثقة قدرها 95% هي : $t_{tab9;\,95\%} = 2,262$.

وبما أن : $t_{cal.} > t_{tab.}$،

إذا يمكننا إعتبار أن قيمة r المحسوبة معنوية ولم تكن نتيجة الصدفة بثقة قدرها 95%.

نستخدم الآن المعادلة المقدرة في التوقع لسنة 1995، حيث قيمة t المقابلة لسنة 1995 هي : 12، إذا :

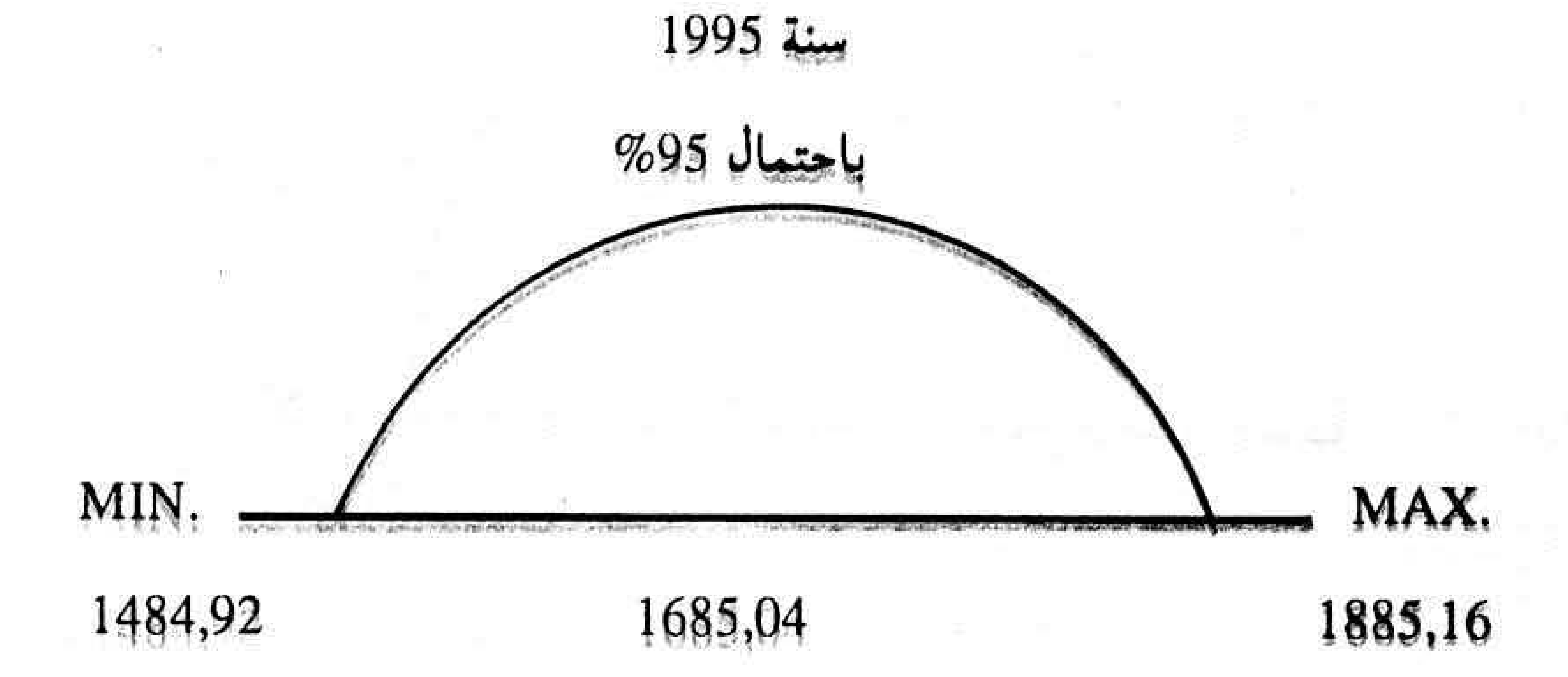
$$\hat{Y}_{1995} = 366,96 + 109,84\ (12) = 1685,04$$

ومن أجل تحديد المجال الذي يمكن أن تقع ضمنه النفقات السنوية لشق وبناء الطرقات في الولاية المعنية، نقوم بتحديد الخطأ المعياري للتوقع :

$$S_{\hat{Y}_{t+1}} = \sqrt{\frac{63649,22}{9}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{11} + \frac{\left(1 + \frac{11-1}{2}\right)^2}{506 - \frac{4356}{11}}}$$

$$= 84,09 \cdot 1,19 = 100,06$$

إذا المجال هو : $1685,04 \pm 2 \cdot 100,06$



أما التوقع الخاص بسنة 1997 فيمكن تحديده بالتعويض في المعادلة المقدرة بقيمة t المناسبة لسنة 1997 وهي : 14.

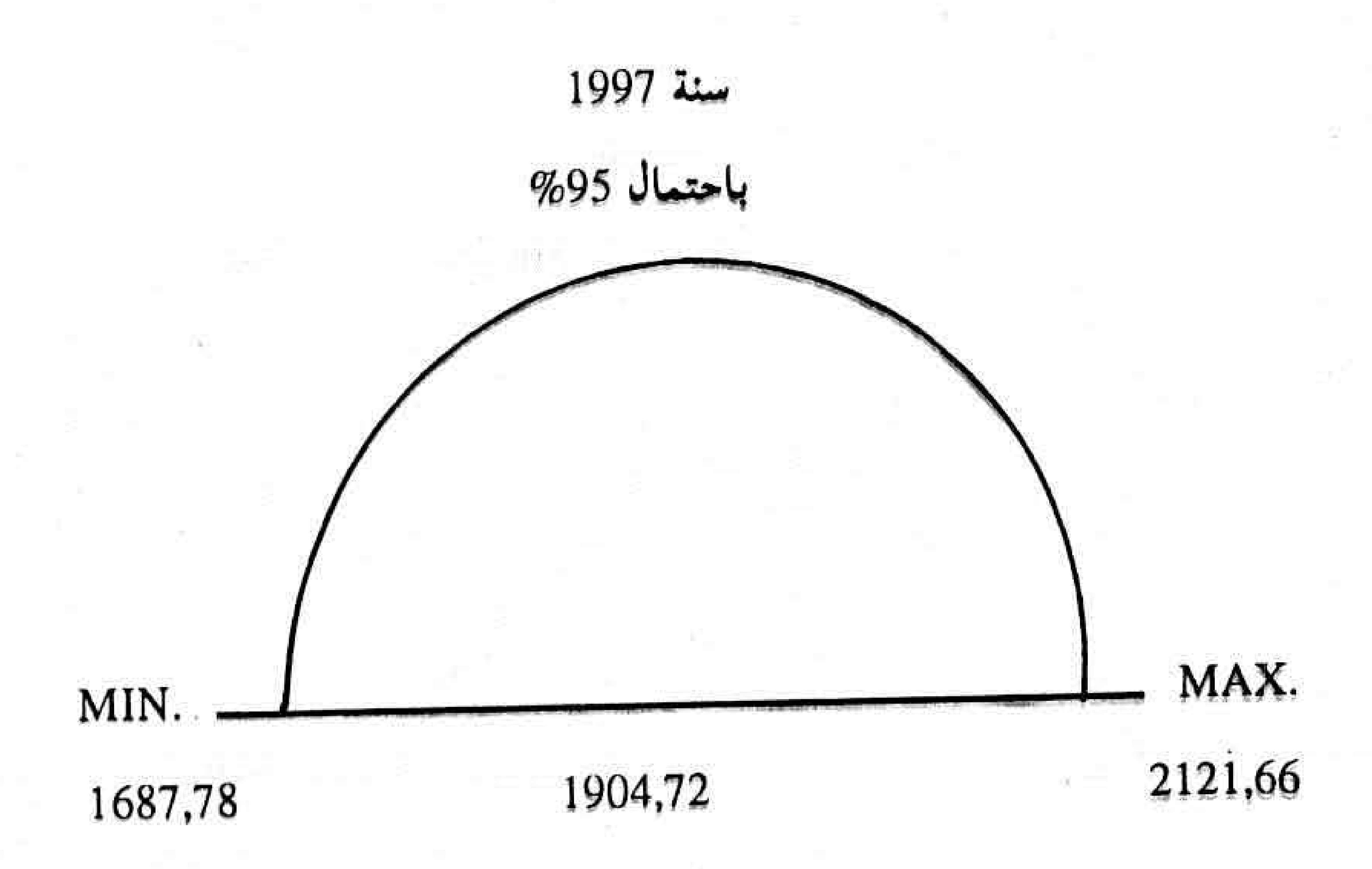
$$\hat{Y}_{1997} = 366,96 + 109,84\ (14) = 1904,72$$

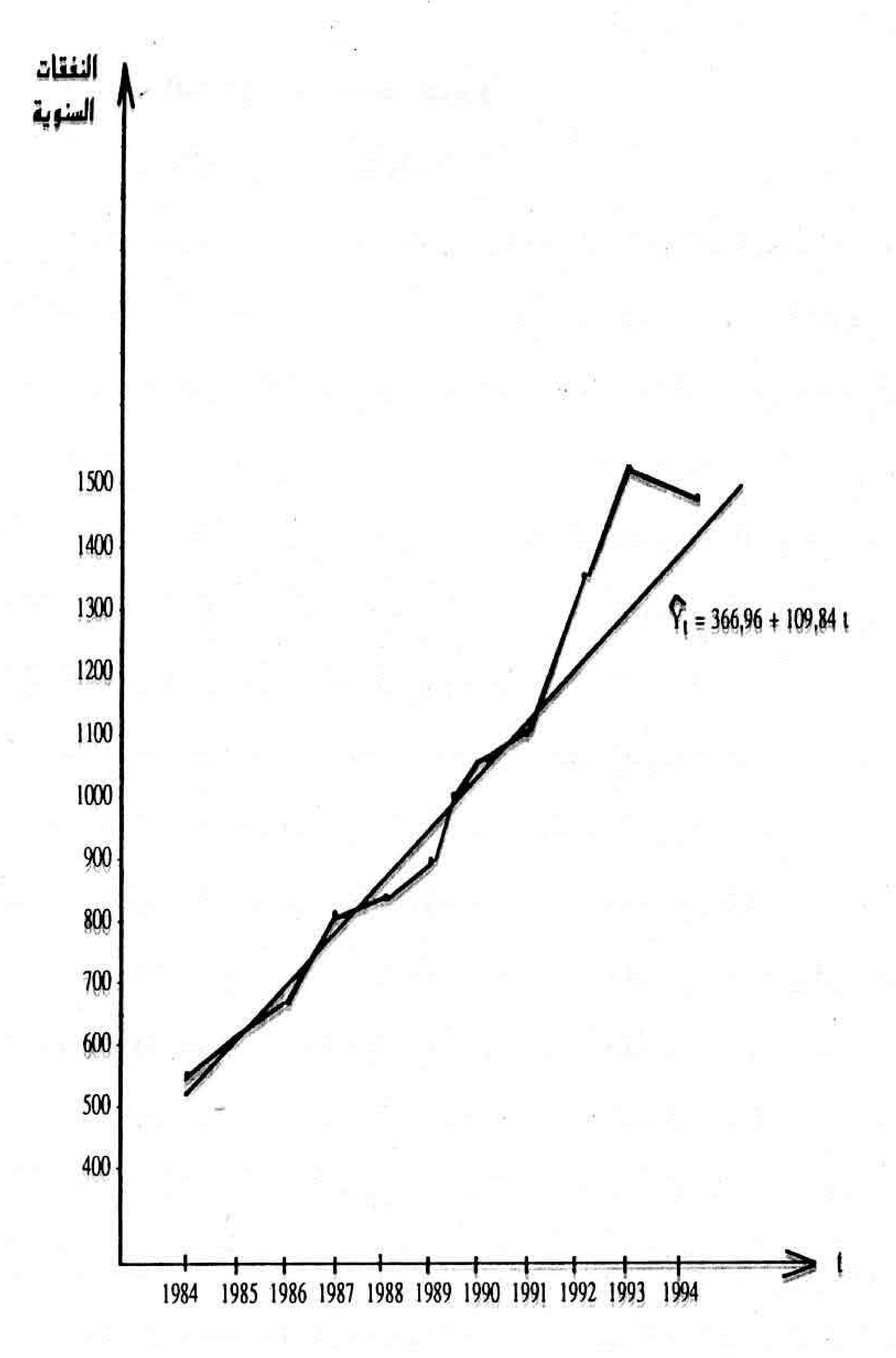
نحسب الخطأ المعياري للتوقع.

$$S_{\hat{Y}_{t+3}} = 84,09\sqrt{1 + \frac{1}{11} + \frac{\left(3 + \frac{11-1}{2}\right)^2}{506 - \frac{4356}{11}}} = 84,09\ .1,29 \text{ مليون دج}$$

$$S_{\hat{Y}_{t+3}} = 108,47$$

وبالتالي فالمجال هو : $1904,72 \pm 2\ .\ 108,47$





شكل رقم (6) المستويات الفعلية والمقدرة للنفقات السنوية
لبناء وشق الطرقات في إحدى الولايات

4 - 2 - التوقع باستخدام نماذج الانحـــدار والارتبـــاط

يقصد بنموذج الانحدار والارتباط صياغة العلاقة بين ظاهرة معينة تابعة لـ Y ومجوعة من العوامل المفسرة لها X_m ... X_1 , X_1، وتصوير هذه العلاقة في شكل نموذج إحصائي. يطلق عادة على المراحل الأولى من هذه العملية والتي تبدأ بتحديد قائمة هذه العوامل إلى صياغة النموذج بتحليل الانحدار، بينما يطلق على المراحل الموالية والخاصة بتقدير جودة النموذج وإجراء مختلف اختبارات المعنوية الاحصائية بتحليل الارتباط، ولما كان العمل الثاني مكملا للعمل الأول فقد اصطلح على إطلاق تحليل الانحدار والارتباط للدلالة على جميع مراحل هذه الدراسة.

نميز عادة بين نوعين من نماذج الانحدار من حيث طبيعة الاحصاءات التي تبنى على أساسها : نماذج الانحدار المكانية (ستاتيكية) وتبنى على أساس احصاءات تخص عدة مؤسسات أو مزارع أو غيرها من المواضيع، وتكون خاصة بفترة زمنية واحدة، سنة مثلا، وتستخدم عادة النماذج التي تبنى على هذا الأساس في التحليل الإقتصادي والتنميط. بينما نوع آخر من نماذج الانحدار يبنى على أساس سلسلة زمنية (كل متغير X_m ... , X_1 , X_1 , Y عبارة عن سلسلة زمنية) بينما الموضوع أي المؤسسة أو المزرعة الذي تخصه هذه السلاسل الزمنية واحدة. وتستخدم النماذج التي تبنى على هذا الأساس في التوقع خاصة. وتثار بشأن النماذج التي تبنى على أساس السلاسل الزمنية عدة صعوبات تتعلق خاصة بمشكلة الإرتباط الذاتي في كل سلسلة زمنية وأيضا في البواقي ei $(e_i = Y_i - \hat{Y})$ وأيضا تعدد الإرتباطات فيما

بين المتغيرات المستقلة وكذا عدم التطابق الزمني بين السبب والنتيجة وهو ما يطلق عليه بالتباطؤ، وسنتعرف بشئ من التفصيل على هذه المشكلات لاحقا.

يمكننا أن نميز أيضا بين نماذج الانحدار البسيطة والمتعددة حيث يعني الأول إقتصار النموذج على صياغة العلاقة بين متغيرين فقط Y ظاهرة تابعة وX ظاهرة مفسرة، بينما نموذج الانحدار المتعدد يعني صياغة العلاقة بين المتغير Y ومجموعة من المتغيرات المفسرة X_1 , X_1 ,... X_m. وسنتناول كل نوع على حدى مع إبراز كيفية استخدام كل نوع في التوقع.

4 - 2 - 1 - التوقع بواسطة نموذج الإنحدار البسيط

يعني ذلك كما ذكرنا صياغة نموذج إحصائي يحتوي على الظاهرة المعنية بالتوقع Y وX كمتغير مفسر. وبعد صياغة هذا النموذج يتم التعويض عن المستوى المفروض لـ X والخاص بفترة التوقع، ومن ثم نحصل على التوقع الخاص بـ Y. الأكيد أن هناك عوامل أخرى غير العامل X تؤثر في Y ولم تدرج في النموذج. والحقيقة أن اختيار العامل X كمتغير مفسر وحيد يجب أن يستند إلى مبررات موضوعية قوية حيث يجب أن يدل التحليل النوعي على أنه يمثل حصيلة تأثير العديد من العوامل غير المباشرة ويتم تأكيد ذلك إحصائيا عند حساب معامل التحديد، حيث يجب أن يدل على أن تغير X يفسر نسبة عالية من تغير Y.

يكتب النموذج الخطي البسيط كالتالي : $Y = a + bX + u$.

وعند إجراء التقدير على أساس العينة فإن النموذج يكتب $Y = a + b X + e$.

على إعتبار أن ei هي البواقي وهي تعبر عن تقديرات الخطأ العشوائي في العينة المدروسة. أما النموذج المقدر فيكتب : $\hat{Y} = a + b X$.

4 - 2 - 1 - 1 - فرضيات نموذج الانحدار البسيط

لكي يمكن استخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في تقدير معلمات معادلة الانحدار يجب توافر الفرضيات التالية [10 ص ص 82-84] [7 ص ص156-157].

1 - المتغير التابع Y يكون دالة خطية في المتغير المستقل X.

2 - عنصر الخطأ U_i متغير عشوائي يخضع للتوزيع الطبيعي.

3 - قيم U_i مستقلة عن بعضها البعض.

4 - انتظام قيم المتغير X وعدم تغيرها من عينة إلى أخرى وإنه مهما إختلف حجم العينة تكون القيمة $\frac{\Sigma (Xi - \overline{X})^2}{n}$ عبارة عن قيمة نهايته غير مساوية للصفر.

5 - ليس هناك أخطاء في البيانات الاحصائية لـ X و Y.

إن عدم تحقق هذه الفرضيات يؤدي إلى حدوث مشكلات خاصة تتعلق بدقة النموذج وإمكانية إجراء الإختبارات الإحصائية.

4 - 2 - 1 - 2 - خطوات بناء نموذج الإنحدار البسيط واستخدامه في التوقع

من أجل صياغة نموذج الإنحدار البسيط يكون صالحا لاستخدامه في التوقع بالظاهرة Y.

يجب المرور بالخطوات التالية :

1 - التحديد الدقيق للظاهرتين Y و X وطرق قياسهما، فإذا كان مثلا X هو الدخل و Y هو الإستهلاك، فيجب من البداية أن يكون واضحا مفهوم الدخل في هذه الحالة الملموسة، هل الدخل المعلن فقط؟ هل الدخل المتأتى من العمل الرئيسي للفرد فقط؟ كما يجب تحديد مفهوم دقيق للاستهلاك والعناصر التي يتضمنها مثلا :

الغذاء، الملابس، الإيجار، الطاقة، النقل... أما بالنسبة لطريقة القياس فيجب مراعاة ثباتها عند كل مستويات السلسلة الزمنية بالاضافة إلى مراعاة الشروط المذكورة في الفقرة 2-1 حتى تكون مستويات السلسلة الزمنية قابلة للمقارنة فيما بينها. يجب الإشارة إلى أنه بالنسبة للعوامل الكيفية (مثل المهنة، الجنس، مستوى التعليم، الخبرة وغيرها) فإن إدراجها كعوامل مستقلة في النموذج يجب أن يتم بواسطة ترتيبهما.

2- جمع البيانات الإحصائية حول X و Y مع مراعاة الدقة، حجم البيانات يجب ألا يقل عن 6 إلى 8 مرات عدد العوامل المدرجة في النموذج [11 ص 217]. ففي حالة نموذج الإنحدار البسيط فإن عدد المستويات لكل من X و Y يجب أن لا يقل عن 12 مستوى.

3 - إختيار شكل المعادلة المناسبة ويتم ذلك على أساس التحليل النوعي قبل كل شيء، أي التحليل المنطقي لطبيعة الظاهرتين المدروستين والعلاقة الموضوعية بينهما، لهذا يجب في البداية تحديد شكل المعادلة وفقا للتحليل الإقتصادي، كما يمكن الاستعانة بالتمثيل البياني للمستويات X و Y وملاحظة شكل سحابة النقاط ومن ثم إختيار الشكل المناسب [أنظر الفقرة 2-5-2] كما يمكن إختيار شكلين

أو أكثر وبعدها يتم الاستقرار على تلك المعادلة التي تعطي أقل خطأ معياري للتقدير.

4 - تقدير معلمات معادلة الانحدار، حيث يستخدم عادة أسلوب المربعات الصغرى باعتباره يعطي أفضل التقديرات، غير متحيزة وذات أصغر تباين [أنظر المراجع 7، 10، 17]. لقد سبق شرح مبدأ المربعات الصغرى في الفقرة 2-5-2. نذكر بأن الفرق بين الشكل الحقيقي للمعادلة والشكل المعتمد يسمى بالباقي ويرمز له في العينة المدروسة بـ ei وهي عبارة عن تقديرات للمتغير العشوائي u_i وبالتالي فإن :

$$\sum e_i^2 = \sum (Y - \hat{Y})^2$$

إن تقدير معلمات معادلة الانحدار وفقا لمبدأ المربعات الصغرى يعطي أحسن منحنى (الأقرب إلى نقاط المستويات الفعلية) مقارنة بباقي المنحنيات من نفس الشكل والتي يمكن أن نحصل عليها بغير أسلوب المربعات الصغرى.

من أجل الحصول على تقديرات لمعلمات معادلة الانحدار المفروضة، نقوم بالتعويض عنها في الصيغة : $\sum e_i^2 = \sum (Y - \hat{Y})^2$.

ونقوم بالاشتقاقات الجزئية على المقدار $\sum e_i^2$ بالنسبة لكل معلمة وتسوية تلك المعادلات التي عددها يكون مساويا لعدد المعلمات بالصفر ومن تم نحصل على جملة من المعادلات والتي بحلها نحصل على تقديرات لتلك المعلمات.

فمثلا بالنسبة لمعادلة الانحدار الخطية البسيطة $\hat{Y} = a + b X$.

فإن :

$$\sum e_i^2 = \sum (Y - \hat{Y})^2 = \sum (Y - a - b X)^2$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial a} = -2 \sum (Y - a - b X) = 0$$

$$\sum Y - n a - b \sum X = 0$$

$$\sum Y = n a + b \sum X \ .... \ (1)$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial b} = -2 \sum X (Y - a - b X) = 0$$

$$\sum X Y - a \sum X - b \sum X^2 = 0$$

$$\sum X Y = a \sum X + b \sum X^2 \ .... \ (2)$$

إذا المعادلتين هما :

$$\sum Y = n a + b \sum X$$

$$\sum X Y = a \sum X + b \sum X^2$$

وبنفس الطريقة سنحصل على المعادلات التي تمكننا من تقدير معلمات معادلة الانحدار التي شكلها : $\hat{Y} = a_0 + a_1 X + a_2 X^2$ وهي :

$$\sum Y = a_0 n + a_1 \sum X + a_2 \sum X^2$$

$$\sum X Y = a_0 \sum X + a_1 \sum X^2 + a_2 \sum X^3$$

$$\sum X^2 Y = a_0 \sum X^2 + a_1 \sum X^3 + a_2 \sum X^4$$

وأيضا بالنسبة لشكل المعادلة $\hat{Y} = a + \frac{b}{X}$ فإننا سنحصل على المعادلتين :

$$\sum Y = a n + b \sum \frac{1}{X}$$

$$\sum \frac{Y}{X} = a \sum \frac{1}{X} + b \sum \frac{1}{X^2}$$

يجب التذكير بأن إستخدام مبدأ المربعات الصغرى من أجل الحصول على تقديرات دقيقة لمعلمات معادلة الانحدار تتطلب أولا تحويل المعادلة المراد تقديرها

إلى الصيغة الخطية. فإذا كان مثلا شكل معادلة الانحدار هو : $\hat{Y} = a_0 . a_1^X$.

فيجب أولا تحويلها إلى الصيغة الخطية وذلك بادخال اللوغاريتم على طرف المعادلة لنكتب : $\log \hat{Y} = \log a_0 + X \log a_1$.

ومن تم إجراء الاشتقاقات الجزئية، وسنحصل بعد ذلك على المعادلتين :

$$\sum \log Y = n \log a_0 + \log a_1 \sum X.$$

$$\sum X \log Y = \log a_0 \sum X + \log a_1 \sum X^2.$$

وهكذا بالنسبة لباقي الأشكال الممكنة من معادلات الانحدار.

5 - التحقق من دقة النموذج واختبار معنويته. يمكن القول بأن التوقعات تتعلق أساسا بدقة النموذج أي مدى مطابقته للواقع، وبالتالي فإن بناء النموذج والتحقق من دقته يعتبر المرحلة الحاسمة، بل وفي هذه المرحلة يتقرر مصير التوقع [12 ص 10]. عمليا يتم ذلك بحساب معامل التحديد ومعامل الارتباط وذلك باستخدام العلاقات التالية :

معامل التحديد :
$$r^2 = \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = \frac{\sum(\hat{Y} - \overline{Y})^2}{\sum(Y - \overline{Y})^2}$$

أو :
$$r^2 = 1 - \frac{\text{التباين المفسر}}{\text{التباين الإجمالي}} = 1 - \frac{\sum(Y - \hat{Y})^2}{\sum(Y - \overline{Y})^2}$$

باعتبار أن التباين الإجمالي = التباين المفسر + التباين غير المفسر

ثم حساب معامل الإرتباط حيث : $r = \sqrt{r^2}$.

وعند نموذج الانحدار الخطي البسيط يمكننا حساب معادل الارتباط مباشرة باستخدام صيغة بيرسون :

$$r = \frac{n \sum XY - \sum X . \sum Y}{\sqrt{\left[n \sum X^2 - (\sum X)^2\right] . \left[n \sum Y^2 - (\sum Y)^2\right]}}$$

قيمة r تتراوح بين 1 و 1 - وكلما كانت قيمة r قريبة من الواحد دل ذلك على وجود علاقة قوية بين X و Y، وكلما كانت قريبة من الصفر دل ذلك على وجود علاقة ضعيفة بين X و Y، أما إشارة r فهي تدل على طبيعة العلاقة، طردية إذا كانت موجبة وعكسية إذا كانت سالبة.

يجب اختبار معنوية معامل الإرتباط للتأكد من معنوية الإحصائية، ونستخدم من أجل ذلك عادة الصيغة التالية عند العينات الصغيرة والمتوسطة :

$$t_{cal} = \frac{r \sqrt{n - 2}}{\sqrt{1 - r^2}}$$

فإذا كانت $|t_{cal.}|$ أكبر من قيمة t الجدولية t_{tab}، عند n - 2 درجات حرية ومستوى دلالة قدره α% نقول أنّ r معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة وذلك باحتمال قدره α - 100%.

6 – إستخدام معادلة الإنحدار الخطية البسيطة في التوقع. هناك حالتان، إما أن يكون المتغير المستقل X الخاص بفترة التوقع وسنرمز له بـ $X_{PR.}$ معطى، وبالتالي فالعملية تصبح بسيطة، حيث نقوم بالتعويض بقيمته في المعادلة المقدرة ومن ثم يتم الحصول على مستوى Y المتوقع، أي $Y_{PR.}$.

إما أنّ قيمة $X_{PR.}$ غير معطاة وبالتالي $X_{PR.}$ هي نفسها محل توقع، ويتم

التوقع بها بإحدى الطرق التي عرفناها في الفصل السابق وعادة ما نستخدم معادلة الإتجاه $X = \psi(t)$، إذا كانت السلسلة الزمنية لـ X بها اتجاه. وبعد حصولنا على التوقع الخاص بـ X، أي حصولنا على $X_{PR.}$ نعوض بقيمته في نموذج الإنحدار المقدر.

ومن أجل تحديد المجال الذي يمكن أن يقع ضمنه المستوى المتوقع لـ Y، علينا بحساب أولا الخطأ المعياري للتوقع والذي يحسب وفقا لإحدى الصيغ التالية بالنسبة لمعادلة الإنحدار الخطية البسيطة.

$$S_{\hat{Y}_{t+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_{PR.} - \overline{X})^2}{\sum (X_{PR.} - \overline{X})^2}}$$

أو :

$$S_{\hat{Y}_{t+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a\sum Y - b\sum YX}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\tau + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

ويتم إقرار مجال التوقع كالتالي(*) :

$$\hat{Y}_{PR.} \pm t_{V,\alpha\%} \cdot S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$$

(*) يمكن تحديد مجال التوقع مثل مافعلنا في الفقرة 4 - 1 عند إستخدامنا لمعادلة الإتجاه في التوقع حيث :

%99	%95	%68
$\hat{Y}_{PR.} \pm 3\, S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$	$\hat{Y}_{PR.} \pm 2\, S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$	$\hat{Y}_{PR.} \pm S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$

غير أن الطريقة المذكورة أعلاه هي أكثر دقة ويمكن تعميم إستخدامها عند التوقع باستخدام معادلة الإتجاه.

حيث Y هو المستوى المتوقع -القيمة المتوسطة-، $t_{V,\alpha\%}$ هي قيمة توزيع ستودنت النظرية عند مستوى الدلالة $\alpha\%$ ودرجات حرية قدرها $(V = n - K)$ وسنتعرف في مثالنا القادم عن كيفية استخراج قيمة t من جداول خاصة.

4 - 2 - 1 - 3 - مشكلات بناء واستخدام نموذج الإنحدار البسيط في التوقع

إنّ خرق الفرضيات المذكورة سابقا يؤدي إلى بروز عدة مشكلات منها مشكلة الإرتباط الذاتي للبواقي ومشكلة التباطؤ الزمني.

4 - 2 - 1 - 3 - 1 - الإرتباط الذاتي للبواقي : تبرز هذه المشكلة عن عدم تحقق الفرضية رقم 3 المذكورة سابقا، مصدر هذه المشكلة يكمن في عدم إدراج أحد أو بعض العوامل الأساسية في النموذج، أي أن إدراج العامل الوحيد X في النموذج لم يكن كافيا لتفسير تغير Y، حيث إلى جانبه توجد عوامل مفسرة أساسية وبالتالي فإنّ تأثيرها يظهر بشكل منتظم ومتسلسل في قيم البواقي ei.

مصدر آخر لمشكلة الإرتباط الذاتي تتمثل في سوء اختيار شكل نموذج الإنحدار، كما تؤدي أخطاء التجميع والقياس إلى بروز هذه المشكلة.

هناك عدة طرق لاختبار وجود أو عدم وجود مشكلة الإرتباط الذاتي في النموذج المقدر، أكثر هذه الطرق شيوعا اختبار دوربين واتسون DURBIN-WATSON [أنظر المراجع 36 ص ص 211-212، 9 ص ص224-231]. أو صياغة معادلة الإنحدار الذاتي من مراتب مختلفة بدءا من المرتبة الأولى ثم قياس معامل الإرتباط $r_{e_t, e_{t-K}}$، فإذا كان قوي ومعنوي دل ذلك على وجود مشكلة الإرتباط الذاتي

من المرتبة K.

ومن أجل تذليل مشكلة الإرتباط الذاتي يمكن اللجوء إلى دراسة العلاقة بين الفوارقΔY، ΔX بدلا من دراستها بين المستويات X و Y مباشرة أي بمعنى صاغية نموذج للإنحدار (عند الإنحدار الخطي البسيط) : $\Delta Y = a + b\,\Delta X$.

حيث : $\Delta Y = Y_i - Y_{i-1}$ و $\Delta X = X_i - X_{i-1}$.

وكل ما قيل سابقا حول كيفية إعداد واستخدام معادلة الإنحدار البسيطة في التوقع يمكن تطبيقه على معادلة الإنحدار البسيطة للفوارق.

ومن الأساليب الفعالة أيضا في تذليل مشكلة الإرتباط الذاتي، إدخال متغير الزمن t كمتغير مستقل إلى جانب X في نموذج الإنحدار ليكتب كالتالي :

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X + a_2 t$$

وانعدام الإرتباط الذاتي للبواقي يؤدي إلى انعدامه في باقي السلاسل الزمنية في النموذج [7 ص 158].

4 - 2 - 1 - 3 - 2 - **مشكلة التباطؤ** : كثيرا ما يحدث في الحياة الإقتصادية عدم التطابق الزمني بين السبب والنتيجة مثل تباطؤ تأثير الإستثمارات الجديدة على تحسين إنتاجية العمل في المؤسسة، عدم التطابق الزمني بين زيادة المحصول الزراعي على زيادة الإنتاج في قطاع الصناعات الغذائية، وغيرها من الأمثلة، تسمى هذه المسألة بالتباطؤ الزمني لتأثير ظاهرة معينة على أخرى.

وعند أخذنا بعين الإعتبار لمقدار الوحدات الزمنية للتباطؤ فإنّ نموذج الإنحدار الخطي البسيط يكتب كالتالي : $\hat{Y}_t = a + b X_{t-L}$

حيث L هو مقدار الوحدات الزمنية للتباطؤ.

إنّ تحديد مقدار L يتم قبل كل شيء بالتحليل النوعي، أي التحليل المنطقي، ويتم تأكيد ذلك إحصائيا بعد حساب عدة معاملات ارتباط من مراتب مختلفة : r_0 المقابل لمقدار التباطؤ يساوي صفر، r_1 المقابل لمقدار التباطؤ يساوي 1، r_2 المقابل لمقدار التباطؤ يساوي 2 وهكذا.

ويتم حساب معامل الإرتباط من المرتبة L وفقا للصيغة التالية :

$$r_L = \frac{(n-L)\sum_{t=1+L}^{n} Y_t X_{t-L} - \sum_{t=1+L}^{n} Y_t \sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L}}{\sqrt{\left[(n-L)\sum_{t=1+L}^{n} Y_t^2 - \left(\sum_{t=1+L}^{n} Y\right)^2\right] \cdot \left[(n-L)\sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L}^2 - \left(\sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L}\right)^2\right]}}$$

ويتم تحديد مقدار التباطؤ L طبقا لأقوى معامل من معاملات الإرتباط المحسوبة، وعندها يتم تقدير معالم معادلة الإنحدار مع الأخذ بالإعتبار لمقدار التباطؤ، ففي حالة معادلة الإنحدار الخطي البسيط فإنّ تقدير المعلمتين a و b يتم بحل المعادلتين :

$$\sum_{t=1+L}^{n} Y_t = (n-L)\,a + b \sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L}$$

$$\sum_{t=1+L}^{n} Y_t X_{t-L} = a \sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L} + b \sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L}^2$$

وبالتالي :

$$a = \frac{\sum_{t=1+L}^{n} Y_t \sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L}^{2} - \sum_{t=1+L}^{n} Y_t X_{t-L} \cdot \sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L}}{(n-L) \sum_{t=1+L}^{n} X_{t-1}^{2} - \left(\sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L} \right)^2}$$

$$b = \frac{(n-L) \sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L} Y_t - \sum_{t=1+L}^{n} Y_t \cdot \sum_{t=1+L}^{n} X_{t-L}}{(n-L) \sum_{t=1+L}^{n} X_{t-1}^{2} - \left(\sum_{t=1+L}^{n} X_{t-1} \right)^2}$$

مثال : لدينا الإحصاءات التالية خاصة بسعر البترول ومعدلات النمو الإقتصادي في الجزائر خلال الفترة 1980-1989.

السنة	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989
سعر البترول (بالدولار)	35,19	39,54	35,50	30,60	29,67	29,11	14,18	18,72	16,26	18,41
معدلات النمو الإقتصادي (%)	0,9	3,6	4,0	5,6	4,1	5,2	1	- 1,1	- 1,8	- 2,9

فإذا كان المطلوب : 1 - تحديد معادلة الإنحدار باعتبارها من الشكل $\hat{Y}_t = a + b X_t$ والتأكد من جودته،ا ثم الحصول على التوقع بمعدل النمو فيما لو أصبح سعر البترول 10 دولار وسعر البترول 30 دولار. ثم ماهو معدل النمو المتوقع لسنة 1990 ؟ مع تحديد المجال باحتمال 95%.

2 - بافتراض أن مقدار التباطؤ يساوي 1 (سنة واحدة)، قدر النموذج $\hat{Y}_t = a + b X_{t-1}$ وتأكد من جودته مع مقارنة بالنموذج الأول. إستخدم النموذج الجديد للتوقع بمعدل النمو لسنة 1990 مع تحديد المجال المتوقع باحتمال 95%.

أولا : لدينا المعادلتين : $\sum Y = n a + b \sum Y$

$$\sum X Y = a \sum X + b \sum X^2$$

إذا :

$$a = \frac{\sum Y . \sum X^2 - \sum X Y . \sum X}{n \sum X^2 - \sum X . \sum X}$$

$$b = \frac{n \sum X Y - \sum Y . \sum X}{n \sum X^2 - \sum X . \sum X}$$

جدول رقم (24):المجاميع اللازمة لتقدير معادلة الانحدار والمجاميع اللازمة لحساب معاملي الارتباط والتحديد .

السنة	Y_t	X_t	$X_t Y_t$	X_t^2	Y_t^2
1980	0,9	35,19	31,67	1238,33	0,81
1981	3,6	39,54	142,34	1563,41	12,96
1982	4,0	35,50	142,00	1260,25	16,00
1983	5,6	30,60	171,36	936,36	31,36
1984	4,1	29,67	121,65	880,30	16,81
1985	5,2	29,11	151,37	847,40	27,04
1986	1,0	14,18	14,18	201,07	1,00
1987	- 1,1	18,72	- 20,60	350,44	1,21
1988	- 1,8	16,26	- 29,27	264,38	3,24
1989	- 2,8	18,41	- 53,39	338,92	8,41
المجموع	18,3	267,18	671,31	7880,86	118,84

$$a = \frac{18,3 \ . \ 7880,86 - 671,31 \ . \ 267,18}{10. \ 7880,86 - (267,18)^2} = - 4,73$$

$$b = \frac{10 \ . \ 671,31 - 18,3 \ . \ 263,18}{7423,44} = 0,255$$

إذا معادلة الانحدار المقدرة هي : $\hat{Y} = - 4,73 + 0,255 \ X$.

مقدار $a = - 4,73$ يعني معدل النمو عندما يكون سعر البترول في السوق الدولية معدوما، أما $b = 0,255$ فيعني مقدار الزيادة المتوسطة السنوية في معدل النمو عندما يزيد سعر البترول بوحدة واحدة، أي بدولار واحد.

من أجل تقدير جودة هذه العلاقة الإرتباطية نقدر معاملي الارتباط والتحديد :

لدينا :

$$r = \frac{n \sum X Y - \sum X \ . \sum Y}{\sqrt{\left[n \sum Y^2 - (\sum Y)^2\right] . \left[n \sum X^2 - (\sum X)^2\right]}}$$

$$r = \frac{10 \ . \ 671,31 - 267,18 \ . \ 18,3}{\sqrt{\left[10 \ . \ 118,84 - (18,3)^2\right] . \left[10 \ . \ 7880,86 - (267,18)^2\right]}}$$

$$r = \frac{1823,61}{2517,139} = 0,72$$

هذا يعني أن هناك علاقة قوية نسبيا وطردية بين الظاهرتين المدروستين، سعر البترول ومعدل النمو الاقتصادي في الجزائر.

إذا معامل التحديد هو : $r^2 = (0,72)^2 = 0,52$.

هذا يعني أن 52% من تغير معدل النمو السنوي في الجزائر يمكن تفسيره بتغير سعر البترول في السوق الدولية. يبين هذا المؤشر مدى إرتباط الاقتصاد

الجزائري بالصادرات من البترول(*).

أما 48% المتبقية فهي ترجع إلى عوامل أخرى مثل سعر صرف الدولار مقابل العملات الأخرى وأسعار السلع المستوردة والمناخ السياسي وغيرها.

نختبر الآن معنوية معامل الارتباط، لدينا :

$$t = \frac{r\sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,72\sqrt{10-2}}{\sqrt{1-0,52}} = \frac{2,03}{0,69} = 2,94$$

وبالرجوع إلى جدول ستودنت (أنظر الملحق) نجد أن : $t_{8;\ \%95} = 2,31$

ولما كان $t_{cal.} > t_{tab.}$ فإن ذلك يعني أن r المحسوب معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة باحتمال 95%.

- التوقع بمعدل النمو عندما يكون سعر البترول عند مستوى معين.

- عند سعر البترول 10 دولار : $\hat{Y}_{X=10} = -4,73 + 0,255\ (10)$.

$\hat{Y}_{X=10} = -4,73 + 2,55 = -2,18$.

هذا يعني أن معدل النمو الاقتصادي عندما يكون متوسط سعر البترول خلال سنة معينة 10 دولار فإن معدل النمو الإقتصادي في تلك السنة سيكون في حدود -2,18 %.

- عند سعر البترول 30 دولار : $\hat{Y}_{X=30} = -4,73 + 0,255\ (30) = 2,92$.

أي إذا كان متوسط سعر البترول في سنة معينة هو 30 دولار فإن معدل النمو

(*) على إعتبار أن صادرات المحروقات تمثل أكثر من 95% من مصادر العملة الصعبة الجزائرية وبتالي فإن سعر المحروقات هو الذي يتحكم بصورة مباشرة في القدرة على الإستيراد، خاصة إستيراد السلع الوسيطة والرأسمالية والمواد الأولية اللازمة لتشغيل الجهاز الإنتاجي الوطني.

الإقتصادي سيكون في حدود 2,92%.

- التوقع بمعدل النمو الإقتصادي لسنة 1990.

سعر البترول غير معروف لحظة القيام بهذا التوقع، وبالتالي علينا أولا إيجاد المستوى المتوقع لسعر البترول في سنة 1990، وكما ذكرنا سابقا فإن أفضل وسيلة لذلك هي إستخدام معادلة الاتجاه $X = \psi(t)$ واعتبارها من الشكل الخطي البسيط، $\hat{X} = a + b\,t$.

لدينا :

$$\sum X = n\,a + b \sum t$$

$$\sum X\,t = a \sum t + b \sum t^2$$

وباعطاء قيم معينة لـ t بحيث يكون $\sum t = 0$ يمكن أن نكتب :

$$a = \frac{\sum X}{n}\ ,\ b = \frac{\sum X\,t}{\sum t^2}$$

جدول رقم (25) المجاميع اللازمة لتقدير معادلة الإتجاه

$\hat{X} = a + b\,t$

X t	t^2	t	X	السنة
- 316,71	81	- 9	35,19	1980
- 276,78	49	- 7	39,54	1981
- 177,50	25	- 5	35,50	1982
- 91,80	9	- 3	30,60	1983
- 29,67	1	- 1	29,67	1984
29,11	1	+ 1	29,11	1985
42,54	9	+ 3	14,18	1986
93,60	25	+ 5	18,72	1987
113,82	49	+ 7	16,26	1988
165,69	81	+ 9	18,41	1989
- 447,7	330	0	267,18	المجموع

$$a = \frac{267,18}{10} = 26,718, \; b = \frac{\sum X t}{\sum t^2} = \frac{-447,7}{330} = -1,35$$

إذا معادلة الاتجاه هي : $\widehat{X} = 26,718 - 1,35\, t$.

بالتعويض في هذه المعادلة عن قيمة t المقابلة لسنة 1990 وهي : 11.

إذا سعر البترول المتوقع لسنة 1990 هو :

دولار $\widehat{X}_{1990} = 26,718 - 1,35\,(11) = 11,87$.

نعوض الآن بـ $X = 11,87$ في معادلة الانحدار المقدرة سابقا.

لدينا : $\widehat{Y} = -4,73 + 0,255\, X$.

إذا : $\widehat{Y}_{1990} = -4,73 + 0,255\,(11,87) = -1,7$.

أي أن معدل النمو المتوقع لسنة 1990 هو 1,7- %.

ومن أجل تحديد المجال الذي يمكن أن يتراوح فيه معدل النمو باحتمال 95%

نحسب الخطأ المعياري للتوقع :

$$S_{\widehat{Y}_{\tau+\tau}} = \sqrt{\frac{\sum Y^2 - a\sum Y - b\sum XY}{n-2}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{\left(\tau + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n}}}$$

$$= \sqrt{\frac{118,84 - (-4,73) \cdot 18,3 - 0,255 \cdot 671,31}{8}} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{10} + \frac{\left(1 + \frac{10-1}{2}\right)^2}{7880,86 - \frac{(267,18)^2}{10}}}$$

دولار $= \sqrt{4,276} \cdot \sqrt{1,14} = 2,20$

لدينا : $\widehat{Y}_{PR.} \pm t_{8;\,95\%} \cdot S_{\widehat{Y}_{t+\tau}}$

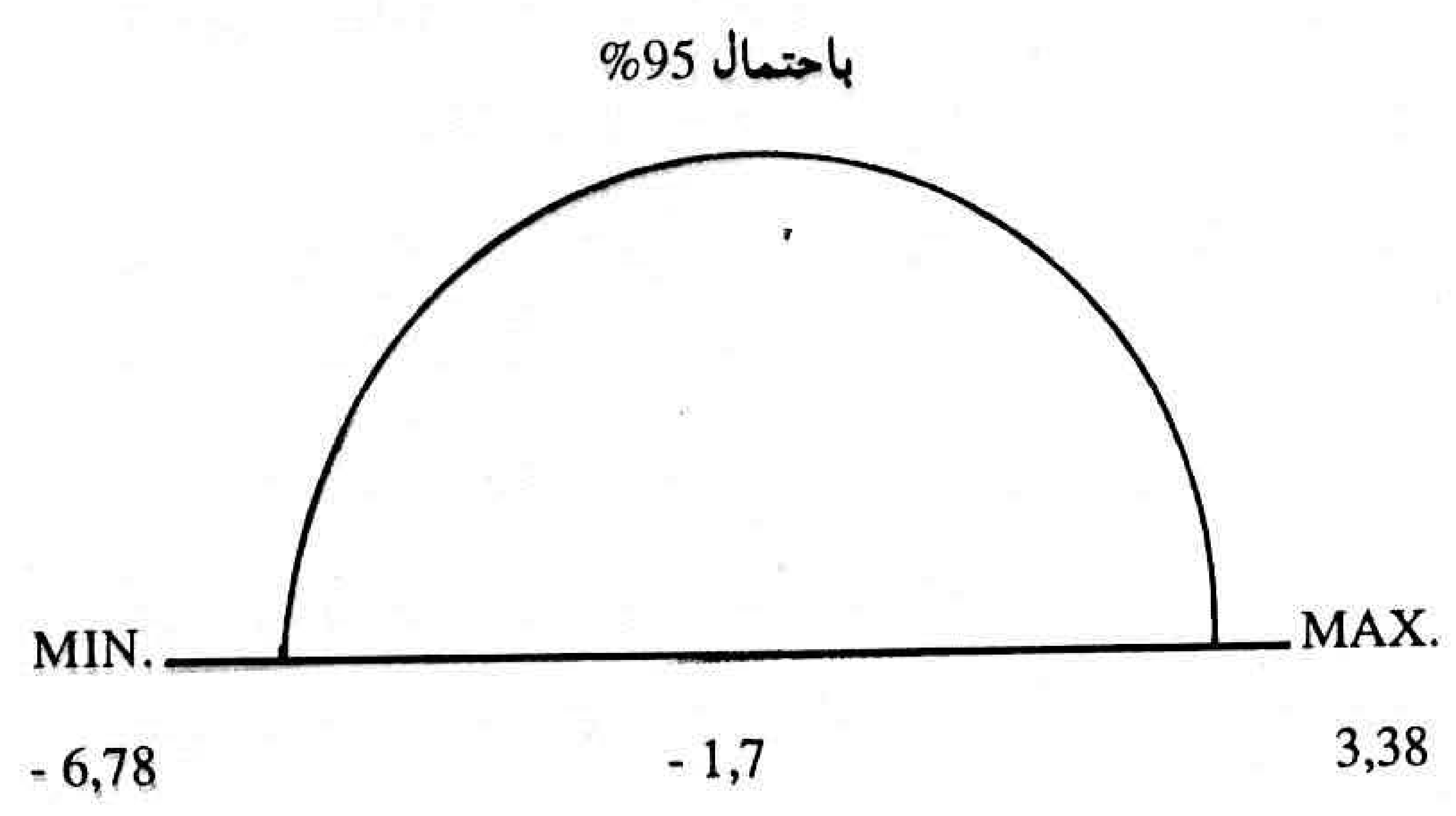
إذا :
$$(-1,7) \pm 2,31 \ . \ 2,20$$

$$(-1,7) \pm 5,082$$

إذا معدل النمو الاقتصادي المتوقع لسنة 1990 يقع ضمن المجال التالي :

1990

باحتمال 95%



يلاحظ أن المجال كبير نسبيا وذلك راجع للضعف النسبي لمعامل التحديد r^2، حيث أن تغير سعر البترول لايفسر سوى 52% من تغير معدل النمو بينما تبقى 48% خاضعة لعوامل أخرى لم تدرج في النموذج.

ثانيا : نفترض الآن أن مقدار التباطؤ الزمني لتأثير تغير أسعار البترول على معدل النمو يساوي واحد أي سنة، المطلوب إعادة تقدير النموذج باعتباره من الشكل $\hat{Y}_t = a + b X_{t-1}$ مع التحقق من جودته ثم التوقع بمعدل النمو السنوي لسنة 1990.

جدول رقم (26) : المجاميع اللازمة لتقدير النموذج

$\hat{Y}_t = a + b X_{t-1}$ وحساب معامل الارتباط

الفترة	Y_t	X_{t-1}	$Y_t X_{t-1}$	X^2_{t-1}	Y^2_t
1	-	-	-	-	-
2	3,6	35,19	126,68	1238,33	12,96
3	4,0	39,54	158,16	1563,41	16,00
4	5,6	35,50	198,80	1260,25	31,36
5	4,1	30,60	125,46	936,36	16,81
6	5,2	29,67	154,28	880,30	27,04
7	1	29,11	29,11	847,40	1
8	- 1,1	14,18	- 15,60	201,07	1,21
9	- 1,8	18,72	- 33,70	350,43	3,24
10	- 2,8	16,26	- 45,52	264,38	7,84
المجموع	17,7	248,77	697,67	7541,93	117,46

لدينا :

$$a = \frac{\sum_{t=2}^{10} Y_t \cdot \sum_{t=2}^{10} X^2_{t-1} - \sum_{t=2}^{10} Y_t X_{t-1} \cdot \sum_{t=2}^{10} X_{t-1}}{(n-1) \sum_{t=2}^{10} X^2_{t-1} - \sum_{t=2}^{10} X_{t-1} \cdot \sum_{t=2}^{10} X_{t-1}}$$

$$a = \frac{17,7 \;.\; 7541,93 - 697,67 \;.\; 248,77}{9 \;.\; 7541,93 - (248,77)^2} = - \frac{39910,48}{5990,86}$$

$a = - 6,68.$

$$b = \frac{(n-1)\sum_{t=2}^{10} X_{t-1} Y_t - \sum_{t=2}^{10} Y_t . \sum_{t=2}^{10} X_{t-1}}{(n-1)\sum_{t=2}^{10} X_{t-1}^2 - \sum_{t=2}^{10} X_{t-1} . \sum_{t=2}^{10} X_{t-1}}$$

$$b = \frac{9 . 697,67 - 17,7 . 248,77}{5990,86} = - \frac{1875,81}{5990,86}$$

$b = 0,31.$

إذا معادلة الانحدار المقدرة مع الأخذ بمقدار التباطؤ L = 1 هي :

$$\hat{Y}_t = - 6,68 + 0,31 \ X_{t-1}$$

ومن أجل التعرف على جودة العلاقة نحسب معامل الارتباط ثم معامل التحديد.

لدينا :

$$r_1 = \frac{(n-1)\sum_{t=2}^{10} Y_t X_{t-1} - \sum_{t=2}^{10} X_{t-1} . \sum_{t=2}^{10} Y_t}{\sqrt{\left[(n-1)\sum_{t=2}^{10} Y_t^2 - \left(\sum_{t=2}^{10} Y_t\right)^2\right] . \left[(n-1)\sum_{t=2}^{10} X_{t-1}^2 - \left(\sum_{t=2}^{10} X_{t-1}\right)^2\right]}}$$

$$r_1 = \frac{9 . 697,67 - 17,7 . 248,77}{\sqrt{\left[9 . 117,46 - (17,7)^2\right] . \left[9 . 7541,94 - (248,77)^2\right]}}$$

$$r_1 = \frac{1875,81}{2111,009} = 0,88 .$$

هو يدل على علاقة موجبة وقوية بين متوسط أسعار البترول ومعدلات النمو

الاقتصادي بفترة تباطؤ مقدارها 1.

كما نلاحظ أن معامل التحديد يساوي : $r_1^2 = (0,88)^2 = 0,77$.

مما يعني أن تغير أسعار البترول تفسر 77% من تغير معدلات النمو الاقتصادي في الجزائر مع فترة تباطؤ قدرها 1 = L.

يلاحظ أن المؤشران، معامل الارتباط ومعامل التحديد قد تحسنا عند أخذنا بالاعتبار لمقدار التباطؤ بسنة، فبعد أن كان معاملا الارتباط والتحديد على التوالي $r_0 = 0,72$، $r_0^2 = 0,52$ عند إعتبارنا لمقدار التباطؤ مساويا للصفر، أي عند إفتراضنا للتطابق الزمني بين تغير مستوى الأسعار ومعدلات النمو في مثالنا السابق، فقد أصبحا $r_1 = 0,88$، $r_1^2 = 0,77$ عند مقدار التباطؤ 1 = L، وهذا يتفق تماما مع منطق العلاقة بين الظاهرتين وبالتالي فإن النموذج الجديد يعتبر أكثر واقعية من الأول وسيعطي نتائج أفضل عند إستخدامه في التوقع.

وقبل ذلك لابد من التأكد أولا من المعنوية الاحصائية لمعامل الارتباط

لدينا :

$$t_{cal.} = \frac{r\sqrt{n-1-2}}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{0,88\sqrt{10-1-2}}{\sqrt{1-0,77}}$$

$$t_{cal.} = 4,93.$$

بينما $t_{7;\,95\%} = 2,36$ إذا $t_{cal.} > t_{tab.}$.

وبالتالي فإن معامل الارتباط المحسوب معنوي بثقة قدرها 95%، وبالتالي يمكننا إستخدام نموذج الانحدار المقدر في التوقع.

$$\hat{Y}_{1990} = -6,68 + 0,31\ X_{1989} = -6,68 + 0,31\ (18,41)$$

$$\hat{Y}_{1990} = -0,97.$$

ملاحظة : بالنسبة $X_{1989} = 18,41$ معطى، أنظر الجدول رقم 25.

ومن أجل تحديد المجال المتوقع نحسب أولا الخطأ المعياري للتوقع :

$$S_{\hat{Y}_{t+1}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=2}^{10} Y_t^2 - a\sum_{t=2}^{10} Y_t - b\sum_{t=2}^{10} Y_t . X_{t-1}}{n-2}} \sqrt{1 + \frac{1}{n-1} + \frac{\left(1 + \frac{n-1}{2}\right)^2}{\sum_{t=2}^{10} X_{t-1}^2 - \frac{\left(\sum_{t=2}^{10} X_{t-1}\right)^2}{n-1}}}$$

$$S_{\hat{Y}_{t+1}} = \sqrt{\frac{117,46 - (-6,68) . 17,7 - 0,31 . 697,67}{7}} . \sqrt{1 + \frac{1}{8} + \frac{\left(1 + \frac{9-1}{2}\right)^2}{7541,93 - \frac{(248,77)^2}{8}}} = 1,62 . 0,99$$

$$S_{\hat{Y}_{t+1}} = 1,6.$$

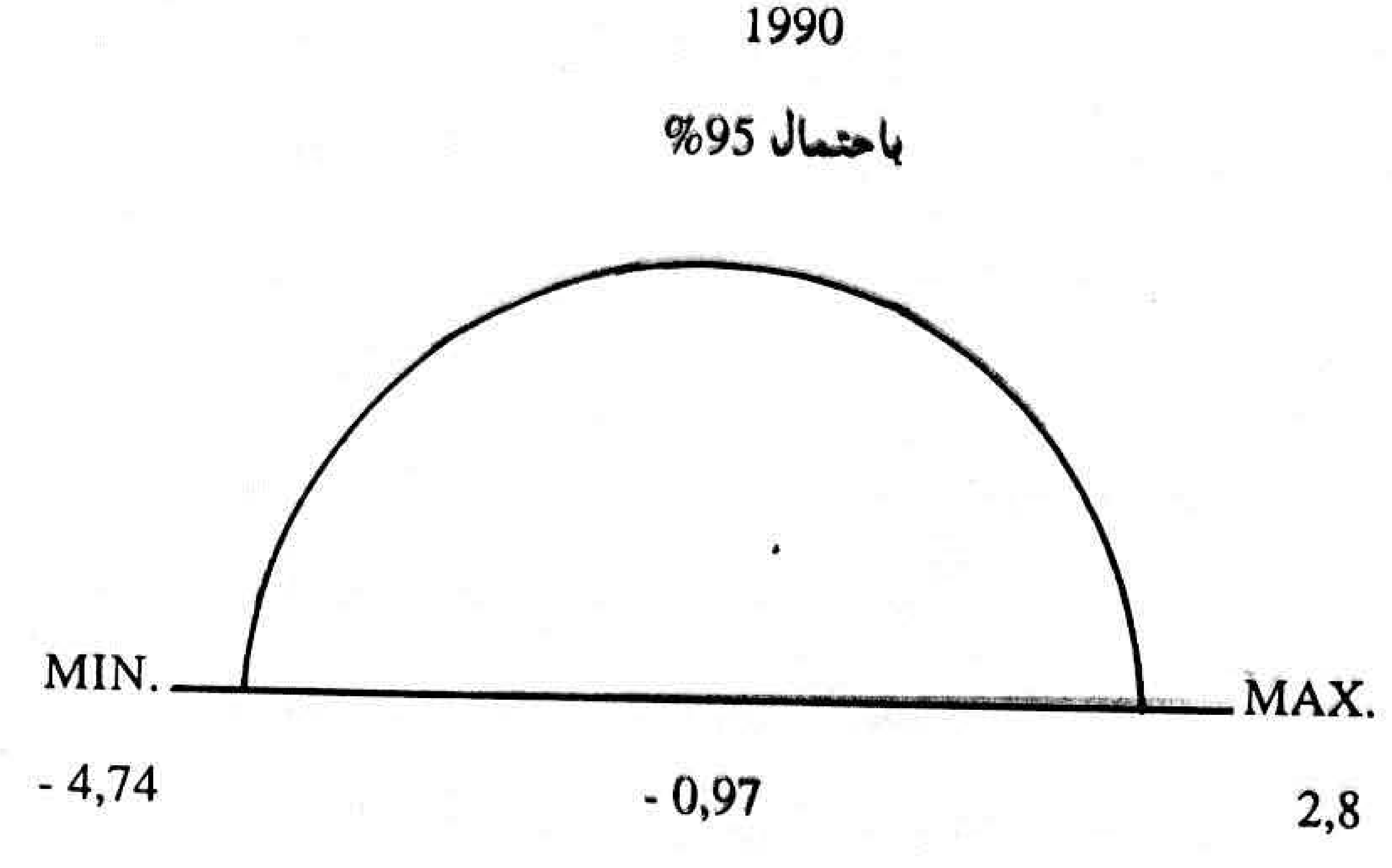
يلاحظ أن الخطأ المعياري للتوقع قد تحسن (أي نقص) عند أخذنا مقدار التباطؤ بالاعتبار، وذلك مقارنة بما كان عليه عند نموذج الانحدار المقدر سابقا على أساس أن مقدار التباطؤ يساوي صفر، وهو ما سيؤدي إلى تقليص مجال التوقع كما سنرى الآن :

لدينا : $\hat{Y}_{1990} \pm t_{7;\ 95\%} . S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$

$$(-0{,}97) \pm 2{,}36 \; . \; 1{,}6$$

$$-0{,}97 \pm 3{,}77$$

إذا المجال هو :



4 - 2 - 2 - التوقع باستخدام نموذج الانحدار والارتباط المتعدد

الأكيد أن القصور الرئيسي في نموذج الانحدار البسيط هو إعتماده على متغير تابع واحد لتفسير تغير ظاهرة معينة تابعة، فإنتاجية العمل في مؤسسة ما لاتتأثر بعامل واحد فقط مهما كان هذا العامل مهما، ومهما كان يعكس تأثير عدد كبير من العوامل الأخرى، الأكيد أن إنتاجية العمل في المؤسسة تتأثر بتجديد الأصول الثابتة ومهارة العاملين ومستويات أجورهم وطرق التنظيم وغيرها من العوامل، وبالتالي فإن إدراج عوامل عديدة في النموذج سيحسن بالتأكيد من قدرة

النموذج على تفسير تغير إنتاجية العمل في هذه المؤسسة وبالتالي سيرفع من قدرة النموذج على التوقع، وهذا مايسعى إليه نموذج الانحدار المتعدد.

وبالتالي فإن نموذج الانحدار المتعدد يقصد به صياغة نموذج إحصائي يضم المتغير التابع Y ومجموعة من المتغيرات المستقلة $X_1 , X_2 , X_3 , ..., X_m$

ويكتب الشكل العام لنموذج الانحدار المتعدد كالتالي :

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + ... + a_m X_m + U$$

حيث U قيمة عشوائية سبق التعريف بها وتضم :

1 - أخطاء القياس

2 - العوامل الاخرى التي لم تدرج في النموذج لسبب أو لآخر.

3 - الفرق بين الشكل الحقيقي للدالة والشكل الذي تبيناه.

4 - عوامل عشوائية، قد تحدث وقد لاتحدث.

4 - 2 - 2 - 1 - فرضيات نموذج الانحدار المتعدد

لكي يمكن إستخدام طريقة المربعات الصغرى العادية في تقدير نموذج الانحدار المتعدد يجب توافر جملة من الفرضيات أولها تلك الفرضيات المذكورة سابقا والخاصة بنموذج الانحدار البسيط مع إعادة صياغتها وإضافة فرضيات أخرى [7 ص ص 217-218] [12 ص ص 78-80] :

1 -المتغير التابعY يكون دالة خطية في المتغيرات المستقلة $X_1, X_2,...,X_m$.

2 - عنصر الخطأ U_i متغير عشوائي يخضع للتوزيع الطبيعي.

3 - قيم U_i مستقلة عن بعضها البعض.

4 - ثبات تباين عنصر الخطأ U_i بالنسبة لجميع قيم X_{Ki} $(K = 1,2.....m)$.

5 - ليس هناك أخطاء في البيانات الاحصائية للعوامل المدخلة في النموذج $Y, X_1, X_2, X_3, ..., X_m$.

6 - العوامل المدخلة في النموذج $X_1, X_2, ..., X_m$ مستقلة خطيا عن بعضها البعض.

7 - إنتظام قيم المتغيرات $X_1 X_2 X_3.........X_m$ وعدم تغيرها من عينة إلى أخرى وأنه مهما إختلف حجم العينة يكون المقدار $\frac{\Sigma (X_i - \overline{X})^2}{n}$ عبارة عن قيمة نهائية غير مساوية للصفر.

عدم تحقق هذه الفرضيات سيكون لها إنعكاس مباشر على دقة معاملات الانحدار وعدم إمكانية إعطائها تفسيرا ملموسا، كما يتعذر إجراء الاختبارات الاحصائية. وسنتعرف في الفقرة مابعد الموالية على المشكلات الاساسية التي تثار عند بناء واستخدام نموذج الانحدار المتعدد في التوقع، كما سنتعرف على الطرق المناسبة لتذليل تلك المشكلات.

4 - 2 - 2 - 2 - خطوات بناء واستخدام نموذج الانحدار المتعدد في التوقع

1 - التحديد الدقيق للظاهرة المعنية بالتوقع Y.

2 - تحديد قائمة العوامل التي ستدرج في النموذج $X_1, X_2, ..., X_m$.

3 - إختيار شكل نموذج الانحدار.

4 - تقدير معلمات النموذج.

5 - إجراء إختبارات الدقة والمعنوية للنموذج.

6 - إستخدام النموذج في التوقع.

وفيما يلي توضيح لهذه الخطوات.

1- التحديد الدقيق للظاهرة المعنية بالتوقع. يجب على الباحث أن يكون صورة دقيقة حول الظاهرة المدروسة وامتدادها في الزمان والمكان، فإذا كانت الظاهرة المعنية مثلا هي إنتاجية العمل في مؤسسة صناعية خلال الفترة 1980-1996 فإنه ينبغي أولا تحديد مفهوم واضح لإنتاجية العمل وطريقة قياسها، إذ يمكن قياسها بالوحدات الطبيعية (5 قطع للعامل الواحد في اليوم مثلا) أو بالوحدات القيمية (500 دج للعامل في الساعة مثلا) كما يمكن قياس إنتاجية العمل وفقا للقيمة المضافة أو الناتج الإجمالي، كما يمكن تنسيب الانتاجية إلى كل العاملين في المؤسسة أو العاملين في الخط الانتاجي فقط. إختيار المقياس المناسب يجب أن يكون له مبررات موضوعية.

عندما ننتهي من هذه الخطوة ننتقل إلى الخطوة الموالية.

2 - تحديد قائمة العوامل المفسرة التي ستدرج في النموذج. إن التحليل النوعي للظاهرة المعنية بالتوقع يعتبر أهم مدخل لتحديد العوامل المفسرة لها، ويقصد بالتحليل النوعي تحليل حلقات السبب-النتيجة. لاشك أن الظاهرة Y تتأثر بالعديد من العوامل المباشرة وأخرى غير مباشرة من المرتبة الأولى وأخرى غير مباشرة من المرتبة الثانية وهكذا، وفي النموذج ينبغي إدراج عوامل من نفس المرتبة من حيث مستوى تأثيرها على الظاهرة Y. إن إدراج عوامل من مراتب مختلفة يؤدي عادة إلى

ظهور مشكلة تعدد الارتباطات الخطية من جهة وإلى ظهور عوامل غير معنوية ينبغي إقصاءها من النموذج بعد بنائه [14 ص ص 108-109].

وفي الممارسة يتم العمل على مرحلتين، في المرحلة الأولى يتم حصر كل العوامل التي يعتقد الباحث أن لها علاقة بالظاهرة المدروسة Y، وفي المرحلة الثانية يتم الابقاء فقط على العوامل الهامة والتي هي من نفس المرتبة من حيث تأثيرها على الظاهرة Y. عملية الانتقاء يمكن أن تتم بالاستعانة بتقديرات الخبراء (أنظر المبحث القادم) المختصين كما يمكن اللجوء إلى مصفوفة الارتباطات الثنائية [11 ص 240] وذلك بعد جمع البيانات الاحصائية حول كل العوامل المدرجة، فإذا إعتبرنا X_0 هي الظاهرة المعنية بالتوقع $X_1, X_2, \ldots, X_m$ هي العوامل المفسرة و r_{ij} هو معامل الارتباط الثنائي X_i مع X_j فإنه يمكننا وضع مصفوفة الارتباطات الخطية الثنائية كالتالي :

مصفوفة الارتباطات الخطية الثنائية

	X_0	X_1	X_2	....	X_m
X_0	1	r_{01}	r_{02}		r_{0m}
X_1	r_{10}	1	r_{12}		r_{1m}
X_2	r_{20}	r_{21}	1		r_{2m}
⋮					
X_m	r_{m0}	r_{m1}	r_{m2}		1

ملاحظة : في هذه المصفوفة يكون $r_{ij} = 1$ عندما $i = J$ ويكون $r_{Ji} = r_{iJ}$ عندما $i \neq J$ ويتم حساب معامل الارتباط الثنائي وفقا لصيغة بيرسون التي عرفناها سابقا.

مصفوفة الارتباطات الخطية الثنائية تسمح لنا بانتقاء العوامل المفسرة التي لها علاقة قوية نسبيا مع الظاهرة المدروسة وعادة مانعتبر أن العلاقة قوية نسبيا إذا كان $r_{IJ} \geq 0,5$، كما تسمح لنا هذه المصفوفة باكتشاف الارتباطات الخطية بين العوامل المفسرة، فإذا لاحظنا أن هناك عوامل مفسرة مرتبطة بقوة فيما بينها، فإن ذلك يدل على وجود مشكلة تعدد الارتباطات الخطية وهو مايعتبر خرقا للفرضية رقم 6 التي ذكرناها في الفقرة السابقة.

يجب الاشارة إلى أن طول السلسلة الزمنية الخاصة بكل عامل يجب أن تكون أكبر من العوامل المدرجة في النموذج بـ 6 إلى 8 مرات [11 ص 217].

فإذا كان عدد العوامل المفسرة في النموذج 6 فإن طول السلسلة الزمنية الخاصة بكل عامل لاتقل عن 36 مستوى فعلي، أي $n \geq 36$، وفي الحياة العملية عادة مانتعامل مع العينات الصغيرة والمتوسطة الحجم، لهذا ينصح المختصون بعدم إدراج عدد كبير من العوامل المفسرة في النموذج، لأن أفضل نتائج التوقع بالظواهر الاقتصادية والاجتماعية يمكن الحصول عليها عند السلاسل الزمنية التي طولها من 15 إلى 25 فترة وتكون فترة التوقع عندئذ من 2 إلى 3 فترات مستقبلية، وبالتالي فإن عدد العوامل التي ينبغي إدراجها في النموذج هو 3 إلى 5 على أقصى تقدير مع الاشارة إلى أن فترة التوقع يجب أن تكون في حدود خمس إلى سدس طول الفترة المدروسة.

إن عدم إحترام هذه الحدود بين عدد العوامل المفسرة m وطول السلسلة الزمنية n يؤدي إلى إتساع مجالات الثقة لمعاملات الانحدار، كما يؤدي إلى صعوبة إعطائها تفسيرا إقتصاديا دقيقا [15 ص 15].

وفي الحياة العملية كثيرا مانصادف أن عدد مستويات السلاسل الزمنية الخاصة بالفرع الانتاجي أو المؤسسة المعنية بالتوقع قليل بسبب قصر العمر الانتاجي أو بسبب عدم توافر البيانات أو غيرها من الأسباب، ومن أجل توفير طول السلاسل الزمنية المطلوب يمكن اللجوء إلى طريقة المصنع- سنة، أي أننا نستخدم سلسلة زمنية تتكون من الفترات الزمنية المتاحة عن كل مؤسسة ونكون منها سلسلة زمنية واحدة، فمثلا لوكان لدينا ثلاثة مؤسسات والعمر الانتاجي لكل مؤسسة 6 سنوات، فإنه يمكننا إعتبار السلاسل الزمنية للعوامل المدرجة في النموذج عن كل مؤسسة ولكل الفترة المتاحة، وبذلك يكون لدينا طول السلسلة الخاصة بكل عامل هو 18 = 3.16.

ينبغي الاشارة إلى أهمية جمع البيانات الاحصائية حول العوامل المدرجة في النموذج، حيث يجب أن تتصف بالدقة والتجانس، ومن ذلك ينبغي عدم الاكتفاء بالاحصاءات الرسمية المقدمة من طرف المصالح المعنية على مستوى المؤسسات، فالأمر يتطلب أحيانا الحصول ميدانيا على الاحصاءات اللازمة.

بعد قيامنا بتحديد العوامل التي ستدرج في النموذج وجمع البيانات الاحصائية حولها ننتقل إلى الخطوة الموالية.

3 - إختيار شكل نموذج الانحدار المتعدد. المقصود بشكل نموذج الانحدار هو ميكانيزم الارتباط بين Y والعوامل المفسرة $X_1 , X_2, \ldots, X_m$ فقد يكون شكل

النموذج خطي :

$$Y = a_0 + a_1 X_1 + a_2 X_2 + \ldots\ldots\ldots + a_m X_m$$

أو أسي :

$$Y = a_0 X_1^{a_1} . X_2^{a_2} \ldots\ldots\ldots\ldots X_m^{am}$$

أو غير ذلك من الأشكال. هذه الخطوة بالغة الأهمية، لأن سوء إختيار شكل النموذج يؤدي إلى بروز مشكلة الارتباط الذاتي للبواقي ei وهو مايمثل خرقا للفرضية رقم -3 المذكورة سابقا، هذه المشكلة تتمثل في أن المنحنى الذي يرسمه النموذج لايمثل جيدا المستويات الفعلية للعوامل المدرجة فيه وبالتالي يؤدي إلى أخطاء تقدير كبيرة.

عملية إختيار شكل نموذج الانحدار المتعدد معقدة بالمقارنة مع نموذج الانحدار البسيط، لأن في حالة هذا الأخير يمكن اللجوء إلى التمثيل البياني للمشاهدات الفعلية Y وX، ومن ثم ملاحظة شكل إنتشار النقاط على الرسم البياني، واستنباط شكل النموذج المناسب. أما في حالة الانحدار المتعدد فمن الصعب تصور كيفية إنتشار هذه النقاط على رسم بياني متعدد المحاور لأن إنتشار النقاط سيكون في الفضاء.

هناك من يلجأ إلى التمثيل البياني لكل عامل تفسيري مع Y ومن ثم معرفة شكل الانحدار بين كل ثنائي YX_1, YX_2, YX_3 وهكذا [9 ص 129]، غير أنه في الممارسة نجد أن الشكل الخطي للنموذج هو الأكثر شيوعا بسبب وضوحه وسهولة فهمه وامكانية إعطائه تفسيرا دقيقا، ويعتبر بعض المختصين أن إستعمال الشكل الخطي يبقى مقبولا حتى عندما يدل التحليل النوعي على أن طبيعة الارتباط بين

الظاهرة Y والعوامل المفسرة لها غير خطي [13 ص ص 13-14].

وفي حالة تردد الباحث في الاختيار بين شكلين أو أكثر لنموذج الانحدار يمكن اللجوء إلى بناء عدد منها ثم إختيار ذلك النموذج الذي يعطي أقل خطأ معياري للتقدير [5 ص 241]، حيث :

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{Y})^2}{n - m - 1}}$$

4 - تقدير معلمات النموذج. نستخدم عادة مبدأ المربعات الصغرى لتقدير معلمات النموذج باعتبارها تعطي أفضل التقديرات [10 ص ص 159-177] [7] [17] [11]. لقد تعرفنا في الفقرات 3-4، 4-1 على مبدأ المربعات الصغرى وأن تقدير معلمات النموذج يتم بحل جملة من المعادلات فيها عدد المجاهيل يساوي عدد المعادلات. ولما كان نموذج الانحدار المتعدد ينطوي عادة على ثلاثة فاكثر من المعلمات، وبالتالي فإن تقديرها بطرق الجبر العادية -كما فعلنا سابقا- طويلة ومضنية وبالتالي فإن إدخال جبر المصفوفات يعتبر ضروري ويختصر كثير من العمليات الحسابية كما سنرى.

لدينا نموذج الإنحدار في شكله الخطي كالتالي :

$$Y = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + ... + B_m X_m + e$$

على إعتبار أن e هي تقدير لعنصر الخطأ العشوائي Ui في العينة المدروسة ويكتب النموذج في شكله المصفوفي : $Y = XB + e$.

أما النموذج المقدر فيكتب :

$$\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_1 + \hat{B}_2 X_2 + \dots\dots + \hat{B}_m X_m$$

ويكتب في شكله المصفوفي : $\hat{Y} = X\hat{B}$.

طبقا لمبدأ المربعات الصغرى لدينا(*) :

$$SSE = \sum e_i^2 = \sum e'e = (Y - \hat{Y})'(Y - \hat{Y}) = (Y - X\hat{B})'(Y - X\hat{B})$$

$$= Y'Y - 2\hat{B}'X'Y + \hat{B}'X'X\hat{B}.$$

وباعتبار أن : $\sum e_i^2 = f\left(\hat{B}_0, \hat{B}_1, \dots\dots \hat{B}_m\right)$.

إذا نشتق المقدار $\sum e_i^2$ بالنسبة للشعاع $\hat{B}$ ونحصل على :

$$\frac{\partial \acute{e}e}{\partial \hat{B}} = -2X'Y + 2X'X\hat{B}$$

وبجعل : $-2X'Y + 2X'X\hat{B} = 0$

ينتج أن : $X'X\hat{B} = X'Y$.

وبضرب طرفي هذه المعادلة من اليسار في $(X'X)^{-1}$ نحصل على :

$(X'X)^{-1}X'X\hat{B} = (X'X)^{-1}X'Y$.

وبالتالي : $\hat{B} = (X'X)^{-1}X'Y$

وهي الصيغة الأساسية لتقدير معلمات نموذج الإنحدار وفقا لأسلوب المربعات الصغرى.

وباعتبار حجم العينة (طول السلسلة الزمنية) n وعدد العوامل المفسرة m فإنه

(*) $\acute{e}$ هو منقول المصفوفة e و X' هي منقول المصفوفة X و $(Y - \hat{Y})'$ هو منقول المصفوفة $(Y - \hat{Y})$.

يمكن تعريف المصفوفات أعلاه كالتالي :

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & X_{12} & X_{13} & \cdots\cdots & X_{1m} \\ 1 & X_{21} & X_{22} & X_{23} & \cdots\cdots & X_{2m} \\ 1 & X_{31} & X_{32} & X_{33} & \cdots\cdots & X_{3m} \\ \vdots & & & & & \\ 1 & X_{n1} & X_{n2} & X_{n3} & \cdots\cdots & X_{nm} \end{bmatrix}_{n.(m+1)} , Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_n \end{bmatrix}_{n.1}$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} \hat{B}_0 \\ \hat{B}_1 \\ \hat{B}_2 \\ \vdots \\ \hat{B}_m \end{bmatrix} , \quad X'X = \begin{bmatrix} n & \Sigma X_1 & \cdots\cdots & \Sigma X_m \\ \Sigma X1 & \Sigma X_1^2 & \cdots\cdots & \Sigma X_1 X_m \\ \vdots & & & \\ \Sigma X_m & \Sigma X_1 X_m & \cdots\cdots & \Sigma X_m^2 \end{bmatrix}$$

$$X' Y = \begin{bmatrix} \Sigma Y \\ \Sigma X_1 Y \\ \Sigma X_2 Y \\ \vdots \\ \Sigma X_m Y \end{bmatrix}$$

5 - إجراء إختبارات المعنوية والتأكد من جودة النموذج. بعد تقدير النموذج، نشرع في إجراء الاختبارات اللازمة للتأكد من جودة النموذج وإمكانية إستخدامه في التوقع، ونبدأ باختبار المعنوية الكلية لمعادلة الانحدار المقدرة (أي إختبار معامل التحديد المتعدد R^2)، ويتم ذلك باستخدام إحدى العلاقات التالية لاحصاء فيشر F :

$$F_{K-1, n-K} = \frac{\Sigma\left(\hat{Y} - \overline{Y}\right)^2 / (K-1)}{\Sigma\left(Y - \hat{Y}\right)^2 / (n-K)}$$

أو :
$$F_{K-1, n-K} = \frac{R^2 / (K-1)}{(1-R^2)/(n-K)}$$

أو الصيغة المصفوفة :

$$F_{K-1, n-K} = \frac{\hat{B}' X' Y / (K-1)}{\acute{e} e / (n-K)}$$

حيث K هنا هو عدد المعلمات في النموذج $(K = m + 1)$ أما R^2 فهو عبارة

عن معامل التحديد الإجمالي (المتعدد) ويحسب كالتالي :

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{Y} - \overline{Y})^2}{\sum(Y - \overline{Y})^2}$$

أو :
$$R^2 = 1 - \frac{\sum(Y - \hat{Y})^2}{\sum(Y - \overline{Y})^2}$$

أو باستخدام الصيغة المصفوفة :

$$R^2 = \frac{\hat{B}' X' Y}{Y' Y}$$

فإذا كانت F المحسوبة أكبر من قيمة F الجدولية وفقا لدرجة معينة من الثقة ودرجات حرية قدرها 1 - K للبسط و n - K للمقام، نقول أن النموذج المقدر معنوي وهناك على الأقل عامل واحد مستقل يمارس تأثيره علىY، أما إذا كانت F المحسوبة أصغر من F الجدولية، فذلك يعني إنعدام العلاقة بين المتغيرات التفسيرية المدخلة في النموذج وY وأن المتغير العشوائي (البواقي ei) هو المصدر الوحيد لتغير Y.

عند ثبوت المعنوية الإحصائية للنموذج المقدر، ننتقل إلى إختبار معنوية كل

متغير تفسيري على حدى وذلك بهدف الإبقاء فقط على المتغيرات المعنوية في النموذج. يتم إختبار معنوية كل متغير تفسيري باختبار معاملات الانحدار المرافقة لها وذلك باستخدام إحصاء ستودنت t المحسوب بالصيغة التالية :

$$t = \frac{\hat{B}_i}{S_{B_i}} = \frac{\hat{B}_i}{\sqrt{\left[\Sigma\left(Y - \hat{Y}\right)^2 / (n - m - 1)\right] . A_{ii}}}$$

حيث S_{B_i} هو الانحراف المعياري لمعامل الانحدار $\hat{B}_i$ و A_{ii} هو عبارة عن العنصر الواقع في السطر i والعمود J من المصفوفة $(X'X)^{-1}$.

فإذا كانت t المحسوبة أكبر من t الجدولية عند مستوى معين من الثقة ودرجات حرية قدرها (n - m - 1)، نقول أن $\hat{B}_i$ معنوي، أي أن $\hat{B}_i$ المقدر بواسطة العينة المدروسة لا يختلف عن B_i المحسوب وفقا لإحصاءات المجتمع الاحصائي، أما إذا كانت t المحسوبة أقل من t الجدولية فإننا نقول أن $\hat{B}_i$ غير معنوي وينبغي إقصاء X_i من النموذج. عندئذ ينبغي إعادة تقدير النموذج من جديد بدون العامل Xi المقابل لـ $\hat{B}_i$ والذي بين الاختبار الاحصائي بواسطة إحصاء t أنه غير معنوي.

وفي الحياة العملية كثيرا مانصادف وفي نفس الوقت أن هناك أكثر من عامل واحد غير معنوي، أي أن الاختبارات دلت على وجود مجموعة من العوامل غير المعنوية، في هذه الحالة يتم إقصاءها تدريجيا ونقصي في البداية العامل الأقل

تتحدد مجالات الثقة لمعاملات الإنحدار كالتالي :

$$\hat{B}_i \pm t_\alpha . \sqrt{\frac{\Sigma\left(Y - \hat{Y}\right)^2}{n - m - 1}} . \sqrt{A_{ii}}$$

معنوية(*)، ثم نعيد التقدير من جديد وفي كل مرة نقصي ذلك العامل الذي يتبين أنه أقل معنوية، ولايمكن إقصاء أكثر من عامل واحد مرة واحدة [14 ص 136]. وقد نصادف أن بعض العوامل لم تكن معنوية في البداية ولكنها أصبحت معنوية فيما بعد وذلك نتيجة إستبعاد العوامل الأخرى الأقل معنوية وبالتالي فإن العامل الباقي أصبح يحمل التأثيرات التي كانت تحملها تلك العوامل التي تم إقصاءها.

نستمر في عملية إستبعاد العوامل غير المعنوية إلى أن نبقي في النموذج فقط على العوامل المعنوية إحصائيا.

نذكر أنه بالنسبة للعنصر الحر $\hat{B}_0$ لا يتم إختبار معنويته عادة كما لا يتم إقصاءه [14 ص 137] [15 ص 79].

وفي النهاية يتم حساب معامل الإرتباط R واختبار معنويته، باعتبار أن معامل الإرتباط المتعدد يحسب كالتالي : $R = \sqrt{R^2}$ ويتم إختبار معنويته باستخدام الصيغة التالية لاحصاء t :

$$t_{cal.} = \frac{R\sqrt{n - m - 1}}{\sqrt{1 - R^2}}$$

فإذا كانت $t_{cal.} > t_{tab.}$ نقول أن معامل الارتباط المحسوب معنوي ويمكن تعميمه على المجتمع الاحصائي بثقة قدرها $\alpha - 100$ %.

6 - إستخدام نموذج الانحدار المتعدد في التوقع. بعد تقديرنا للنموذج والتأكد

(*) نقصد بالعامل الأقل معنوية ذلك العامل الذي يحقق أكبر فرق بين t المحسوبة وا الجدولية.

من جودته ومعنوية العوامل المستقلة المدرجة فيه ننتقل إلى إستخدامه في التوقع، وهنا يمكننا أن نصادف حالتان :

- إما أن تكون المستويات المستقبلية للعوامل المدرجة في النموذج معطاة (معلومة أو مخططة)، وفي هذه الحالة يتم التعويض بها في النموذج المقدر مباشرة، ومنها نحصل على مستوى Y المتوقع للفترة المعنية.

- إما أنها غير معطاة وبالتالي فهي نفسها محل توقع، وعادة مانستخدم معادلة الاتجاه الخاصة بكل عامل على حدى $X_{it} = \psi(t)$، ومن ثم نحصل على المستويات المتوقعة لها ليتم التعويض بها في النموذج المقدر، وأخيرا يتم تحديد المجال المتوقع كالتالي :

$$\hat{Y}_{PR.} \pm t_{\alpha} S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$$

حيث t_{α} هو إحصاء ستودنت عند مستوى الدلالة $\alpha\%$ (أو بمستوى ثقة قدره $\alpha - 100\%$) ودرجات حرية قدرها $(n - m - 1)$ ويستخرج من الجدول الخاص بإحصاء t (أنظر الملحق)، أما $S_{\hat{Y}_{t+\tau}}$ فهو الخطأ المعياري للتوقع والذي يحسب كالتالي :

$$S_{\hat{Y}_{t+\tau}} = \sqrt{\frac{\Sigma\left(Y - \hat{Y}\right)^2}{n - m - 1}} \cdot \sqrt{X'_{PR.}\,(X'X)^{-1}\,X_{PR.}}$$

حيث $X_{PR.}$ هو شعاع المستويات المتوقعة (أو المفروضة) للعوامل المستقلة :

$$X_{PR.} = \begin{bmatrix} 1 \\ X_{1PR.} \\ X_{2PR.} \\ \vdots \\ X_{mPR.} \end{bmatrix}$$

أما $X'_{PR.}$ فهو منقول شعاع $X_{PR.}$ ويكتب :

$$.X'_{PR.} = \begin{bmatrix} 1 & X_{1PR.} & X_{2PR.} & \cdots\cdots & X_{mPR.} \end{bmatrix}$$

4 - 2 - 2 - 3 - مشاكل بناء واستخدام نموذج الانحدار المتعدد في التوقع

هناك عدة مشاكل يمكن أن نصادفها عند بناء نماذج الانحدار المتعدد على أساس السلاسل الزمنية خاصة، نذكر منها مشكلتان تتعلقان بخرق فرضيات النموذج المذكورة سابقا :

1 - الارتباط الذاتي.

2 - تعدد الإرتباطات.

ومشكلة ثالثة تتعلق بعدم التطابق الزمن بين السبب والنتيجة وتسمى بمشكلة التباطؤ، وقد سبق الاشارة إليها عند عرضنا للتوقع باستخدام معادلة الانحدار البسيطة في الفقرة السابقة.

4 - 2 - 2 - 3 - 1 - **الإرتباط الذاتي :** نذكر بأن البواقي ei تعبر عن :

1- أخطاء القياس، 2- العوامل المفسرة الأخرى التي لم تدرج في النموذج، 3- سوء إختيار شكل النموذج، 4- عوامل عشوائية.

إن وجود علاقة إرتباطية بين $e_1, e_2, \ldots, e_n$ يعني أن هناك خطأ في تقدير نموذج الانحدار المتعدد، يظهر هذا الخطأ بانتظام في البواقي e_i، مما يشير إلى وجود مشكلة في النموذج تسمى بمشكلة الارتباط الذاتي.

مما سبق يمكننا أن نعتبر أن أسباب ظهور الارتباط الذاتي للبواقي تتمثل فيمايلي :

أولا : عدم إدراج أحد العوامل -أو أكثر- المفسرة للظاهرة المدروسة وبالتالي بروز أثرها في البواقي ei.

ثانيا : عند عدم إدراج مجموعة من العوامل ذات التأثير الفردي الضعيف على الظاهرة المدروسة، لكنها مجتمعة لها تأثير معتبر على الظاهرة Y، هذه العوامل يمكن أن تكون قد أدرجت في البداية ولكنها أقصيت من النموذج أثناء إختبارات المعنوية، أي أن إختبارات المعنوية للعوامل المفسرة هذه دلت على أنها غير معنوية.

ثالثا : سوء إختيار شكل النموذج.

رابعا : أخطاء في الاحصاءات المدخلة في النموذج والخاصة ببعض أو بكل العوامل المدرجة في النموذج.

وجود مشكلة الارتباط الذاتي في النموذج يؤدي إلى عدم تحقق أهم خصائص

تقديرات المربعات الصغرى باعتبارها تعطي أفضل التقديرات؛ تقديرات غير متحيزة وذات أصغر تباين.

هناك عدة طرق للتحقق من وجود أو عدم وجود الارتباط الذاتي للبواقي في النموذج، إحدى الطرق الأكثر إستعمالا هي التي تعتمد على إختبار دوربين - واتسون DURBIN-WATSON [أنظر المراجع،(9 ص 224-231)،(16 ص ص237-240)، (12 ص ص 196 - 197) (36 ص ص 211 - 212)].

وعند ثبوت فرضية وجود الارتباط الذاتي للبواقي ينبغي العمل على التخلص منها أو تذليلها على الأقل، وذلك بالبحث عن مصدر المشكلة وفقا للأسباب المذكورة سابقا ومن ثم معالجتها.

إن أبسط الطرق والجعها في تذليل مشكلة الارتباط الذاتي للبواقي تكمن في إدخال عامل الزمن t كمتغير حر إلى جانب بقية المتغيرات التفسيرية $X_1 , X_2, ..., X_m$ ليصبح النموذج في شكله الخطي كالتالي :

$$\hat{Y} = B_0 + B_1 X_1 + B_2 X_2 + \ldots\ldots B_m X_m + B_{m+1} t$$.

إن إدخال عامل الزمن في النموذج يعتبر بمثابة إعتراف من الباحث بوجود عوامل أخرى تفسيرية وذات أهمية ولم تدخل في النموذج لسبب أو لآخر، كعدم توفر البيانات عنها أو كونها غير قابلة للقياس الكمي أو غيرها من الأسباب، فالزمن هنا هو بمثابة محصلة تحمل العديد من العوامل التفسيرية، وقد أثبتت أبحاث كثيرة فعالية هذه المعالجة وأدت إلى إمتصاص شبه كلي للإرتباط الذاتي في النموذج.

هناك أسلوب آخر يمكن إستخدامه لمعالجة مشكلة الارتباط الذاتي، يتمثل في

صياغة النموذج على أساس الفروق الأولى (المتغيرات المطلقة الحلقية)، بدلا من صياغة النموذج على أساس المستويات المباشرة للسلاسل الزمنية، ويكون عندئذ شكل النموذج كالتالي :

$$.\Delta \hat{Y} = B_0 + B_1 \Delta X_1 + B_2 \Delta X_2 + \ldots\ldots + B_m \Delta X_m$$

حيث تشير Δ إلى الفرق بين المستوى الخاص بالفترة t والذي قبله والخاص بالفترة t - 1 أي :

يجب الإشارة إلى أن مشكلة الارتباط الذاتي قائمة أيضا في السلاسل الزمنية الخاصة بالعوامل المدرجة في النموذج، إلا أن القيام بمعالجة مشكلة الإرتباط الذاتي للبواقي يؤدي إلى معالجتها أيضا في باقي المتغيرات المدخلة في النموذج [16 ص 233] [17 ص ص 242 - 243] [7 ص 158].

4 - 2 - 2 - 3 - 2 - **تعدد الإرتباطات** : تبرز هذه المشكلة نتيجة خرق إحدى الفرضيات الأساسية للنموذج -الفرضية رقم 6- وتتمثل هذه المشكلة في وجود تعدد الارتباطات داخل النموذج، ففي حالة وجود إرتباط تام بين عاملين X_i و X_J فإن ذلك يعني أن جملة المعادلات الخاصة بتقدير معلمات نموذج الانحدار لن يكون لها حل، لأن محددها يساوي صفر، كما أن وجود معامل إرتباط قوي بين X_i و X_J يعني أن جملة المعاملات سيكون لها حل غير أن معاملات الانحدار المقدرة $\hat{B}_1, \hat{B}_2, \ldots, \hat{B}_m$ ستكون غير متلاوية ولا يمكن إعطاءها تفسيرا دقيقا باعتبارها لاتعبر بدقة عن الاثر الصافي لكل عامل تفسيري على الظاهرة المدروسة Y، وفيما يلي أسباب مشكلة تعدد الارتباطات في النموذج :

1 - إدراج عوامل تعبر عن جانب واحد من جوانب ظاهرة معينة، لها تأثير على الظاهرة المدروسة Y، مثلا إدراج القيمة المضافة وحجم الإنتاج الإجمالي كمتغيرات تفسيرية لإنتاجية العمل في المؤسسة، فكليهما القيمة المضافة وحجم الانتاج يعبر عن نتيجة النشاط الإنتاجي للمؤسسة.

كما أن إدراج عوامل من مراتب مختلفة من حيث تأثيرها المباشر وغير المباشر على الظاهرة المدروسة، مثل ما أشرنا إلى ذلك عند حديثنا عن إختيار العوامل المدرجة في النموذج.

2 - وجود أخطاء معتبرة في قياس العوامل المفسرة في النموذج.

3 - عدم تجانس العينة المدروسة.

إحدى الطرق الأكثر إستعمالا لمعرفة وجود مشكلة تعدد الإرتباطات من عدمها هي إعداد مصفوفة الارتباطات الثنائية والتي سبق وأن رأيناها من قبل، عند تناولنا لمسألة تحديد العوامل المفسرة للظاهرة المدروسة، كما يستخدم إختبار FARRAR-GLAUBER فارار-ڤلوبير لاكتشاف الإرتباط الخطي [12 ص257]، هناك من الاحصائيين من حاول تحديد الحد الأقصى المسموح به لمعامل الارتباط الثنائي r_{ij}، مثلا كراستين [14] إعتبر أن مشكلة تعدد الارتباطات قائمة بين العاملين X_i و X_j إذا كان $r_{ij} \geq 0,7$ [14 ص 205] ودينسكين إعتبر أن مشكلة تعدد الإرتباطات منتفية إذا كان $r_{ij} < 0,8$ [9 ص 129]، وآخرون يرون أنه لافائدة في إقامة هذه الحدود الصارمة لمعامل الارتباط الثنائي. إذ يمكننا إعتبار أن مشكلة تعدد الإرتباطات غير قائمة إذا كان [18 ص 70] $r_{oj} > r_{ij}$ ، $r_{oi} > r_{ij}$.

أي أن إرتباط كل عامل تفسيري بالظاهرة المدروسة Y أقوى من الإرتباط بين العاملين التفسيريين X_i و X_J.

عند ثبوت وجود تعدد الإرتباطات مثلا بين X_i و X_J فإنه ينبغي التخلي عن أحدهما X_i أو X_J ويفضل التخلي عن العامل الذي علاقته أضعف من العامل الآخر بالظاهرة المدروسة، هذا ويرى بعض المختصين أن مشكلة تعدد الإرتباطات ليس لها تأثير كبير إذا كان الهدف من بناء النموذج هو التوقع، بشرط أن يكون الارتباط الثنائي الملاحظ بين المتغيرات التفسيرية في البيانات الإحصائية المستخدمة في بناء النموذج مستمرا على نفس الوتيرة في الفترة المستقبلية. أما إذا لم يكن من المعقول إفتراض إستمرار نمط الارتباط بين المتغيرات التفسيرية في الفترة المستقبلية فإنه يفضل معالجة مشكلة تعدد الإرتباطات وذلك باقصاء أحد العاملين مثلما ذكر سابقا.

4 - 2 - 2 - 3 - 3 - **التباطؤ** : كثيرا مانصادف أن تغير الظاهرة X تؤثر في الظاهرة Y ولكن بعد فاصل زمني معين، قد يكون بالشهور أو بالسنوات أو غيرها من الوحدات الزمنية، مثلا أثر الاستثمارات على الزيادة في الإنتاج، فالاستثمارات الجديدة تحتاج إلى تجسيدها أولا. فالمسألة إذا تكمن في عدم التطابق الزمني بين السبب والنتيجة، يسمى هذا التأثير المتأخر زمنيا بالتباطؤ، وبالتالي فإن دراسة السلسلة الزمنية X_t مع السلسلة الزمنية Y_t تصبح عملية غير منطقية وقد نحصل على معامل إرتباط Y_{YX} وهمي، فقد يكون ضعيفا ونقرر أنه لاتوجد علاقة إرتباطية بين Y و X أو أنها ضعيفة، في حين أن العلاقة موجودة وقوية، غير أن هذا الإرتباط ينطوي على تباطؤ زمني، ولا تبرز هذه العلاقة إلا عند الأخذ بالإعتبار لمقدار

التباطؤ، أي دراسة السلسلة الزمنية X_{t-L} مع السلسلة الزمنية Y_t (حيث L مقدار التباطؤ). وتعتبر مسألة التعرف على وجود التباطؤ وتحديد مقداره مسألة بالغة الأهمية من أجل صياغة نموذج واقعي والحصول على توقعات جيدة.

من أجل معرفة وجود التباطؤ وتحديد مقداره، يجب الاعتماد أولا على التحليل النوعي، أي التحليل المنطقي، ثم يتم إقرار ذلك تجريبيا بحساب سلسلة من معاملات الارتباط :

$$r_{Y_t X_t}, r_{Y_t X_{t-1}}, r_{Y_t X_{t-2}}, r_{Y_t X_{t-3}} \ldots$$

ويتم تحديد مقدار التباطؤ L عند أكبر قيمة مطلقة لمعامل الإرتباط. المشكلة التي قد نصادفها عند تحديدنا لمقدار التباطؤ تتمثل في إمكانية عدم التطابق بين الفترات الزمنية المعمول بها في السلسلة الزمنية والفترات الحقيقية للتباطؤ والتي يدلنا عليها التحليل النوعي، كأن تكون السلاسل الزمنية التي هي بحوزتنا معطاة بالسنوات في حين أن مقدار التباطؤ يعد بالشهور، في هذه الحالة ينصح باجراء تعديل على السلسلة الزمنية حيث تكون مستوياتها متناسبة مع مقدار التباطؤ.

مقدار التباطؤ قد يختلف بين عامل مفسر وآخر في التأثير على الظاهرة المدروسة Y وبالتالي فإن نموذج الانحدار المتعدد قد يأخذ أشكالا عدة طبقا لمقادير التباطؤ لكل عامل، مثلا :

$$\hat{Y} = B_0 + B_1 X_{t-1} + B_2 X_{t-2} + \ldots\ldots + B_J X_{J-L} \ldots\ldots + B_{m+1} t$$

مثال : إذا كانت لدينا البيانات التالية حول Y ، X_1، X_2.

جدول رقم (27) **: بيانات إحصائية حول** Y ، X_1، X_2

الفترة	Y	X_1	X_2
1	50	10	2
2	63	15	8
3	61	16	3
4	50	8	3
5	56	15	2
6	72	20	6
7	62	18	3
8	60	15	2
9	54	12	1
10	70	17	10

وكان المطلوب هو التوقع بمستوى Y للفترة 12 باستخدام نموذج الإنحدار الخطي

من الشكل : $\hat{Y} = \hat{B}_0 + \hat{B}_1 X_1 + \hat{B}_2 X_2$.

1 - نقوم بتقدير معلمات النموذج $\hat{B}_0, \hat{B}_1, \hat{B}_2$.

لدينا : $\hat{B} = (X'X)^{-1} X'Y$.

$$X'Y = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & 15 & 16 & 8 & 15 & 20 & 18 & 15 & 12 & 17 \\ 2 & 8 & 3 & 3 & 2 & 6 & 3 & 2 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 50 \\ 63 \\ 61 \\ 50 \\ 56 \\ 72 \\ 62 \\ 60 \\ 54 \\ 70 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 598 \\ 8955 \\ 2541 \end{bmatrix}$$

$$X'X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & 15 & 16 & 8 & 15 & 20 & 18 & 15 & 12 & 17 \\ 2 & 8 & 3 & 3 & 2 & 6 & 3 & 2 & 1 & 10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 10 & 2 \\ 1 & 15 & 8 \\ 1 & 16 & 3 \\ 1 & 8 & 3 \\ 1 & 15 & 2 \\ 1 & 20 & 6 \\ 1 & 18 & 3 \\ 1 & 15 & 2 \\ 1 & 12 & 1 \\ 1 & 17 & 10 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 10 & 146 & 40 \\ 146 & 2252 & 628 \\ 40 & 628 & 240 \end{bmatrix}$$

$$(X'X)^{-1} = \begin{bmatrix} 1,89833 & -0,12889 & 0,02089 \\ -0,12889 & 0,01039 & -0,00571 \\ 0,02089 & -0,00571 & 0,01564 \end{bmatrix}$$

إذا :

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 1,89833 & -0,12889 & 0,02089 \\ -0,12889 & 0,01039 & -0,00571 \\ 0,02089 & -0,00571 & 0,04564 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 598 \\ 8955 \\ 2541 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} 34,014 \\ 1,479 \\ 1,049 \end{bmatrix}$$

ومنه : $\hat{B}_0 = 34,014$, $\hat{B}_1 = 1,479$, $\hat{B}_2 = 1,049$.

وبالتالي فإن النموذج المقدر يأخذ الشكل :

$$\hat{Y} = 34,014 + 1,479 X_1 + 1,049 X_2$$

2 - نحسب R^2 ونقوم باختبار المعنوية الكلية للنموذج.

$$R^2 = \frac{\hat{B}' X' Y}{Y' Y}$$

$$\hat{B}' X' Y = \begin{bmatrix} 34,014 & 1,479 & 1,049 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 10 & 15 & 16 & 8 & 15 & 20 & 18 & 15 & 12 & 17 \\ 2 & 8 & 3 & 3 & 2 & 6 & 3 & 2 & 1 & 10 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 50 \\ 63 \\ 61 \\ 50 \\ 56 \\ 72 \\ 62 \\ 60 \\ 54 \\ 70 \end{bmatrix}$$

$$\hat{B}' X' Y = 33851,263$$

$$Y' Y = \begin{bmatrix} 50 & 63 & 61 & 50 & 56 & 72 & 62 & 60 & 54 & 70 \end{bmatrix} . \begin{bmatrix} 50 \\ 63 \\ 61 \\ 50 \\ 56 \\ 72 \\ 62 \\ 60 \\ 54 \\ 70 \end{bmatrix}$$

$$Y' Y = 36270.$$

إذا :

$$R^2 = \frac{33851,263}{36270} = 0,933$$

ومن أجل إختيـار المعنوية الكليـة للنمـوذج (أي إختبـار معنوية R^2) نحـسب إحصاء F وفقا للصيغة :

$$F_{K-1, n-K} = \frac{R^2 / (K-1)}{(1-R^2)/(n-K)}$$

حيث K هي عدد المعلمات في النموذج $(K = m + 1)$.

$$F_{K-1, N-K} = \frac{0,933 / (3-1)}{(1-0,933)/(10-3)} = \frac{0,4666}{0,0095} = 49,15$$

وبالرجوع إلى جدول F نجد أن $F_{2;7} = 4,74$.

ولما كـانت $F_{cal.} > F_{tab.}$ نقـول أن النمـوذج المقـدر مـعنوي وهناك على الأقل عامل واحد في النموذج المقدر يمارس تأثيره على Y بشكل معنوي إحصائيا.

3 - إختيار معنوية X_1 و X_2.

نبدأ باختبار معنوية X_1.

لدينا :

$$t = \frac{\hat{B}_1}{\sqrt{\left[\Sigma\left(Y - \hat{Y}\right)^2 / (n-m-1)\right] . A_{ii}}}$$

وبالتالي :

$$t = \frac{1,479}{\sqrt{[22,67/7] . 0,01039}}$$

$$= \frac{1,479}{0,1834} = 8,064$$

وبالرجوع إلى جدول t نجد أن : $t_{7;\,95\%} = 2,36$.

إذا $t_{cal.} > t_{tab.}$ وبالتالي فإن X_2 معنوي بثقة قدرها 95%. وبنفس الطريقة نختبر المعنوية الإحصائية لـ X_2.

لدينا :

$$t = \frac{\hat{B}_2}{\sqrt{\left[\Sigma\left(Y - \hat{Y}\right)^2 / (n - m - 1)\right] . A_{ii}}}$$

$$= \frac{1,049}{0,225} = 4,66$$

بينما $t_{7;\,95\%} = 2,36$ إذا $t_{cal.} > t_{tab.}$ وبالتالي فإن X_2 أيضا معنوي بثقة قدرها 95%.

إذا X_1 و X_2 عاملان معنويان إحصائيا، ويفسران معا 93,3% من تغير Y $(R^2 = 0,933)$.

وعليه فإن معامل الإرتباط المتعدد R يساوي :

$$R^2 = \sqrt{R^2} = \sqrt{0,933} = 0,965$$

وهو يدل على علاقة قوية وطردية بين X_1، X_2 و Y.

يمكننا إختبار معنوية معامل الإرتباط بحساب إحصاء t وفقا للعلاقة :

$$t = \frac{R\sqrt{n - m - 1}}{\sqrt{1 - R^2}} = \frac{0,965\sqrt{7}}{\sqrt{1 - 0,933}} = \frac{0,807}{0,258} = 3,127$$

وهو معنوي إحصائيا لأن $t_{7;\,95} = 2,36$.

إذا النموذج المقدر جيد ومعنوي ويمكن إستخدامه في التوقع.

ولأن مستويات X_1 و X_2 الخاصة بالفترة 12 غير معلومة لدينا، لذلك فإن الأمر يتطلب التوقع بهما وذلك عن طريق معادلة الإتجاه $X_i = \psi(t)$.

التوقع بـ X_1 للفترة 12 بواسطة $\hat{X}_1 = a + b\,t$

جدول رقم (18) : المجاميع اللازمة لتقدير

المعادلة $\hat{X}_{1t} = a + b\,t$

الفترة	X_1	t	$X_1 t$	t^2
1	10	-9	-90	81
2	15	-7	-105	49
3	16	-5	-80	25
4	8	-3	-24	9
5	15	-1	-15	1
6	20	+1	20	1
7	18	+3	54	9
8	15	+5	75	25
9	12	+7	84	49
10	17	+9	153	81
المجموع	146	0	72	330

$$a = \frac{\sum X_1}{n} = \frac{146}{10} = 14{,}6, \quad b = \frac{\sum X_1 t}{\sum t^2} = \frac{72}{330} = 0{,}218$$

إذا : $\hat{X}_{1,t} = 14{,}6 + 0{,}218\,t$.

لدينا $t = 13$ بالنسبة للفترة 12، إذا :

$$\hat{X}_{1,12} = 14{,}6 + 0{,}218\,(13) = 17{,}434$$

التوقع بـ X_2 للفترة 12 بواسطة المعادلة $\hat{X}_{2t} = a + b\,t$.

جدول رقم (29) : المجاميع اللازمة لتقدير

المعادلة $\hat{X}_{2t} = a + b\,t$

t^2	X_2t	t	X_1	الفترة
81	- 18	- 9	2	1
49	- 56	- 7	8	2
25	- 15	- 5	3	3
9	- 9	- 3	3	4
1	- 2	- 1	2	5
1	6	+ 1	6	6
9	9	+ 3	3	7
25	10	+ 5	2	8
49	7	+ 7	1	9
81	90	+ 9	10	10
330	22	0	40	المجموع

$$a = \frac{\Sigma X_2}{n} = \frac{4}{10} = 4,\ \ b = \frac{\Sigma X_2 t}{\Sigma t^2} = \frac{22}{330} = 0{,}0666$$

إذا : $\hat{X}_{2,t} = 4 + 0{,}666\,t$.

وبالتالي : $\hat{X}_{2,12} = 4 + 0{,}666\,(13) = 4{,}865$.

وبالتعويض عن $X_{1,12} = 17{,}434$ و $X_{2,12} = 4{,}865$ في النموذج المقدر :

$$\hat{Y} = 34{,}014 + 1{,}479\,X_1 + 1{,}049\,X_2$$

ينتج لدينا :

$$\hat{Y}_{12} = 34{,}014 + 1{,}479\,(17{,}434) + 1{,}049\,(4{,}865)$$

$$\hat{Y}_{12} = 64{,}902$$

ومن أجل تحديد مجال للتوقع، نحسب الخطأ المعياري للتوقع :

$$S_{\hat{Y}_{t+2}} = \sqrt{\frac{\Sigma\left(Y - \hat{Y}\right)^2}{n-m-1}} \cdot \sqrt{X'_{PR.} \cdot (X'X)^{-1} \cdot X_{PR.}}$$

لدينا :

$$\sqrt{\frac{\Sigma\left(Y - \hat{Y}\right)^2}{10-2-1}} \cdot \sqrt{\frac{21,7216}{7}} = 3,1$$

وأيضا :

$$X'_{PR.}(X'X)^{-1} \cdot X_{PR.} = \begin{bmatrix} 1 & 17,434 & 4,865 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1,89833 & -0,12889 & 0,02089 \\ -0,12889 & 0,01039 & 0,00571 \\ 0,02089 & -0,00571 & 0,01564 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 17,434 \\ 4,865 \end{bmatrix}$$

$$= 0,167$$

إذا :

$$S_{\hat{Y}_{t+2}} = 3,1 \cdot 0,167 = 0,5177$$

ولما كان المجال يتحدث وفقا ل : $\hat{Y}_{12} \pm t_{\alpha} S_{\hat{Y}_{t+2}}$.

إذا المجال المتوقع بثقة قدرها 95% (حيث $t_{7;\,95} = 2,365$) هو :

$$64,902 \pm 2,365 \cdot 0,5177$$

$$64,902 \pm 1,2243$$

التوقع بـ Y للفترة 12 باحتمال 95%

MIN		MAX
63,677	64,902	66,126

4 - 3 - التنبؤ باستخدام تقديرات الخبراء

لقد أشرنا سابقا إلى أن التنبؤ يختلف عن التوقع من حيث كونه يهتم بالظواهر الكيفية وبالتغيرات الطارئة، التي تعجز النماذج الإحصائية عن المعرفة المسبقة بها. فالواقع أن الظواهر الإقتصادية والإجتماعية بالغة التعقيد والاعتماد على معطيات الماضي لتصوير المستقبل أمر في غاية الشك، وتبقى هذه هي نقطة الضعف الرئيسية للتوقع باعتباره يعتمد على صياغة معطيات الماضي في نموذج ومن ثمة مدها إلى المستقبل.

إن الظواهر الإقتصادية والإجتماعية في تغير مستمر، ويمكن القول بأن حقيقة هذه الظواهر أكثر تعقيدا من أدق النماذج الرياضية، وسرعة تغيرها دوما تسبق تطور المعرفة الإنسانية، هذه الأخيرة تبقى دوما نسبية.

إن التنبؤ يعتمد على تفعيل خبرة الإنسان في موضوع ما وأشهر طريقة في هذا المجال هي طريقة دلفي التي سبق وأن أشرنا إليها، تعتمد هذه الطريقة على توجيه أسئلة محددة إلى مجموعة من الجزاء مثل : هل سيتم تعميم إستخدام الطاقة الشمسية قبل سنة 2000؟. هل سترتفع أسعار المحروقات خلال السنة المقبلة؟. هل ستحدث حربا في منطقة معينة في الخمس سنوات المقبلة؟. وغيرها من الأسئلة الممكنة. وتتميز طريقة دلفي عن بقية الطرق التي تعتمد على تقديرات الخبراء بأنها تعتمد على السرية Anonymat، أي عدم معرفة الخبراء لبعضهم البعض كما تتم عادة على عدة جولات [أنظر المراجع 19، 25، 33].

إن خبرة الإنسان دوما ضرورية حتى بالنسبة للمسائل التي تم بشأنها إعداد

نماذج إحصائية وذلك للتأكد من الفرض القائل بعدم التغير في الشروط والظروف العامة المحيطة بالظاهرة المدروسة في الفترة المستقبلية، ففي بحث حول المديونية الخارجية للجزائر تم التوقع برصيد الدين الخارجي لسنة 2000 إعتمادا على سلسلة زمنية للفترة 1967 / 1993 حيث دلت نتائج التوقع على أن رصيد الدين الخارجي سيكون في حدود 38 مليار دولار سنة 2000، بعد أن كان لايتجاوز 28 مليار دولار بالنسبة لأخر سنة في السلسلة الزمنية أي في سنة 1993، ولما كان موضوع المديونية الخارجية بالغ التعقيد تتحكم فيه عوامل داخلية وخارجية، عوامل إقتصادية وسياسية في غاية التشابك ومن أجل تأكيد صحة هذا الاتجاه نحو الزيادة في رصيد الدين الخارجي، تم إعتماد طريقة تقديرات الخبراء حيث أكدت نتائجها الاتجاه نحو الزيادة [أنظر 36]. أي أن الخبراء أكدوا على إستمرار الظروف والشروط العامة المحيطة بظاهرة المديونية الخارجية للجزائر في الفترة المستقبلية-آفاق سنة 2000.

إن أبسط الطرق لاستخدام تقديرات الخبراء في التنبؤ هي إعطاءهم مجموعة من البدائل الممكنة لظاهرة معينة ويطلب منهم ترتيبها حسب أولوية حدوثها مستقبلا، ويراعي أن تتم الإجابة دون معرفة الخبراء لبعضهم البعض أي في السرية.

4 - 3 - 1 - خطوات إستخدام تقديرات الخبراء في التنبؤ

1 - تحديد موضوع التنبؤ بدقة وإعداد البدائل الممكنة.

2 - تحديد مجموعة الخبراء.

3 - الحصول على تقديرات الخبراء.

4 - تحليل نتائج تقديرات الخبراء.

وفيما يلي شرح هذه الخطوات :

1- تحديد موضوع التنبؤ بدقة وإعداد البدائل الممكنة، يقصد هنا التحديد الدقيق لموضوع التنبؤ بحيث يزيل كل تساؤل ويكون واضحا خاصة لدى الخبراء، كما يجب أن تكون البدائل الممكنة أيضا واضحة ولاتثير أي إبهام.

2- تحديد مجموعة الخبراء، تعتبر هذه أهم خطوة في العملية، حيث يفترض في مجموعة الخبراء التي تشارك في إعداد التنبؤ، الكفاءة العالية، أي الخبرة العلمية والعملية في المسألة المطروحة للتنبؤ. درجة كفاءة الخبير في موضوع معن يمكن تحديدها بواسطة معامل الكفاءة A [9 ص 158] والذي يحسب وفقا للصيغة :

$$A = \frac{\sum Y_{iJ}}{\sum Y_i}$$

حيث A معامل الكفاءة.

Y_{iJ} المعامل النسبي المحصل عليه حسب الحالة J بالنسبة لمؤشر الكفاءة i.

Y_i المعامل النسبي الأقصى بالنسبة لمؤشر الكفاءة i.

فمثلا إذا حصل أحد الخبراء على العلامات التالية [أنظر الجدول رقم 30] :

- الخبرة المهنية في الموضوع المطروح : 5 سنوات [0,42].

- أشكال المشاركة في الإشراف والبحث العلمي في الموضوع المطروح : مشرف على عمل واحد [0,60].

- وجود الدرجة العلمية والتي لها علاقة بالموضوع المطروح : ماجستير [0,52].

جدول رقم (30)

مؤشرات الكفاءة ومعاملاتها النسبية

<table>
<tr><th>مؤشرات الكفاءة i</th><th colspan="9">البدائل الممكنة J ومعاملاتها Y_{iJ}</th></tr>
<tr><td rowspan="2">الخبرة المهنية في الموضوع المطروح (بالسنوات).</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10 فأكثر.</td></tr>
<tr><td>0,27</td><td>0,32</td><td>0,37</td><td>0,42</td><td>0,48</td><td>0,54</td><td>0,60</td><td>0,66</td><td>0,74</td></tr>
<tr><td rowspan="2">أشكال المشاركة في الإشراف والبحث العلمي في الموضوع المطروح.</td><td colspan="2">مشرف على مجموعة أعمال</td><td colspan="3">مشرف على عمل واحد</td><td colspan="2">مشارك في إنجاز عدة أعمال</td><td colspan="2">مشارك في إنجاز عمل واحد</td></tr>
<tr><td colspan="2">0,70</td><td colspan="3">0,60</td><td colspan="2">0,49</td><td colspan="2">0,39</td></tr>
<tr><td rowspan="2">وجود الدرجة العلمية والتي لها علاقة بالموضوع المطروح.</td><td colspan="3">دكتوراه</td><td colspan="3">ماجستير</td><td colspan="3">-</td></tr>
<tr><td colspan="3">0,65</td><td colspan="3">0,52</td><td colspan="3">0,00</td></tr>
<tr><td rowspan="2">الأبحاث والكتب المنجزة في الموضوع المطروح.</td><td colspan="2">كتب</td><td colspan="3">مقالات علمية منشورة</td><td colspan="2">تقارير</td><td colspan="2">-</td></tr>
<tr><td colspan="2">0,65</td><td colspan="3">0,56</td><td colspan="2">0,47</td><td colspan="2">0,00</td></tr>
<tr><td rowspan="2">مصادر المعلومات التي سيعتمدها الباحث في تناول المسألة المطروحة.</td><td colspan="2">نظرية و (أو) بحوث ميدانية</td><td colspan="5">أعمال معممة لمؤلفين من داخل الوطن أو خارجه</td><td colspan="2">آراء مستمدة من الحدس</td></tr>
<tr><td colspan="2">0,66</td><td colspan="5">0,55</td><td colspan="2">0,43</td></tr>
<tr><td rowspan="2">المشاركة في الملتقيات الدولية حول الموضوع المطروح.</td><td colspan="2">إلقاء محاضرات خارج الوطن</td><td colspan="3">مداخلات في ملتقيات دولية</td><td colspan="2">مشاركة في مهام خارج الوطن</td><td colspan="2">-</td></tr>
<tr><td colspan="2">0,72</td><td colspan="3">0,66</td><td colspan="2">0,60</td><td colspan="2">0,00</td></tr>
<tr><td rowspan="2">مستوى دقة التنبؤات السابقة للخبير (٪).</td><td colspan="2">90</td><td colspan="2">60</td><td colspan="2">30</td><td colspan="2">10</td><td>0</td></tr>
<tr><td colspan="2">0,89</td><td colspan="2">0,65</td><td colspan="2">0,40</td><td colspan="2">0,27</td><td>0,00</td></tr>
</table>

المصدر : المرجع رقم 9، ص 159.

- الابحاث والكتب المنجزة في الموضوع المطروح : مجموعة مقالات منشورة [0,56].

- مصادر المعلومات التي سيعتمدها الباحث في تناول المسألة المطروحة : معلومات نظرية وميدانية [0,66].

- المشاركة في الملتقيات الدولية حول المسألة المطروحة : مداخلات في ملتقيات دولية [0,66].

- مستوى دقة التنبؤات السابقة : لم يشارك [0,00].

وبالتالي فإن معامل الكفاءة لهذا الخبير سيكون :

$$A = \frac{0,42 + 0,60 + 0,52 + 0,56 + 0,66 + 0,66 + 00}{0,74 + 0,70 + 0,65 - 0,65 + 0,72 + 0,89} = \frac{3,42}{5,01}$$

$$A = 0,682.$$

يرتب الخبراء حسب معاملات الخبرة ويتم إنتقاء العدد المطلوب من الخبراء الأوائل مع الإشارة إلى أن عدد الخبراء لايجب أن يقل عن عدد البدائل المطروحة للتنبؤ [9 ص 160].

3 - الحصول على تقديرات الخبراء، يتم أولا إعداد الإستمارة التي ستقدم إلى الخبراء لملئها سواء بالمراسلة أو بالمقابلة، ويفضل عادة أن يتم جمع آراء الخبراء بعزل عن بعضهم البعض وذلك لتفادي تأثير آراء أحد أو بعض الشخصيات المشاركة على آراء بقية الخبراء. الأسئلة أو البدائل المطروحة يجب أن تكون واضحة كما أشرنا وخالية من أي إبهام خاصة إذا كانت عملية صبر الآراء سيتم بالمراسلة.

بعد حصولنا على إجابات الخبراء ننتقل إلى الخطوة الموالية.

4 - تحليل نتائج تقديرات الجزاء، يتم تفريغ الإجابات في جدول يكون شكله كالتالي عندما يتعلق الأمر بترتيب بدائل معينة من طرف الخبراء :

جدول رقم(31) : ترتيب الخبراء للبدائل التنبؤية والمجاميع اللازمة لحساب معامل الاتفاق واختبار معنويته

الخبراء / البدائل	1	2	3	......	m	$\sum_{J=1}^{m} C_{iJ}$	الترتيب	Δ	Δ^2
X_1	C_{11}	C_{12}	C_{13}		C_{1m}	$\sum_{J=1}^{m} C_{1J}$			
X_2	C_{31}	C_{22}	C_{23}		C_{2m}	$\sum_{J=1} C_{3J}$			
						$\sum_{J=1} C_{3J}$			
⋮									
X_n	C_{n1}	C_{n2}	C_{n3}		C_{nm}	$\sum_{J=1}^{m} C_{mJ}$			
$\sum_{i=1}^{n} C_{iJ}$	$\sum_{i=1}^{n} C_{i1}$	$\sum_{i=1}^{n} C_{i2}$	$\sum_{i=1}^{n} C_{i3}$	......	-	$\sum_{i=1}^{n} C_{iJ} = \sum_{J=1}^{m} C_{iJ}$	-	-	$\sum \Delta^2$

حيث C_{iJ} هو ترتيب البديل i من طرف الخبير J.

m عدد الخبراء.

n عدد البدائل المطروحة.

X_i البدائل المطروحة $(i = 1,2 \text{ .... } n)$.

نقوم بعدها بحساب معامل الاتفاق المقترح من طرف كندال وسميت -W-

وذلك لقياس مدى إتفاق الخبراء في آرائهم.

$$W = \frac{12\,S}{m^2\,(n^3 - n)}$$

حيث :

$$S = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{J=1}^{m} C_{iJ} - \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{J=1}^{m} C_{iJ}}{n}\right)^2$$

- سنرمز لما بين القوسين بـ Δ أي :

$$\Delta = \sum_{J=1}^{m} C_{iJ} - \frac{\sum_{i=1}^{n}\sum_{J=1}^{m} C_{iJ}}{n}$$

وبعدها نختبر المعنوية الإحصائية لمعامل الاتفاق باستخدام كاي مربع χ^2 والمحسوب وفقا للصيغة التالية المقترحة من طرف كندال :

$$\chi^2 = m\,(n - 1)\,W$$

ويتم مقارنة المقدار المحسوب لـ $\chi^2_{cal.}$ بقيمته النظرية في جدول χ^2 بدرجات حرية قدرها $n - 1$ ومستوى دلالة مختار α %. فإذا كان $\chi^2_{cal.}$ أكبر من $\chi^2_{tab.}$ نقول أن معامل الاتفاق المحسوب معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة وذلك بثقة قدرها $100 - \alpha$ %.

مثال :

طلبنا من مجموعة من الخبراء عددهم عشرة ترتيب خمسة بدائل محتملة

لتطور رصيد الدين الخارجي للجزائر، آفاق سنة 2000، وذلك طبقا لمجمل المعطيات الاقتصادية والاجتماعية والسياسية التي بحوزتهم وكانت نتائج تقديراتهم كالتالي [36 ص ص 78-79] :

جدول رقم (32) : نتائج تقديرات الخبراء

الخبراء / البدائل الممكنة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	$\sum_{i=1}^{5}\sum_{J=1}^{10} C_{iJ}$	الترتيب	Δ	Δ^2
X_1 سينخفض قليلا	4	5	4	4	4	4	3	4	4	4	40	4	10	100
X_2 سينخفض بشكل ملحوظ	5	4	5	5	5	5	4	5	5	5	48	5	18	324
X_3 سيبقى في إستقرار	3	3	3	3	3	2	2	3	3	1	26	3	-4	16
X_4 سيرتفع قليلا	1	2	2	2	1	1	1	1	1	2	14	1	-16	256
X_5 سيرتفع بشكل ملحوظ	2	1	1	1	2	3	5	2	2	3	22	2	-8	64
$\sum_{J=1}^{10}\sum_{i=1}^{5} C_{iJ}$	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	150	-	-	760

معامل الاتفاق كان مساويا لـ :

$$W = \frac{12\,S}{m^2 (n^3 - n)}$$

$$W = \frac{12\,(760)}{100\,(125 - 5)} = \frac{9120}{12000} = 0{,}76$$

أي أن 76% من الخبراء الذين شاركوا في التنبؤ كانوا متفقين حول الترتيب

السابق، أي متفقين بأن رصيد الدين الخارجي للجزائر يتجه نحو الارتفاع القليل في الفترة المستقبلية، آفاق سنة 2000.

و من أجل إختبار معنوية معامل الاتفاق نحسب χ^2 كالتالي :

$$\chi^2_{cal.} = m\,(n - 1)\,W$$

$$= 10\,(5 - 1)\,0,76 = 30,4.$$

بالرجوع إلى جداول χ^2 نجد أن $\chi^2_{4;\,5\%} = 9,488$.

وبما أن $\chi^2_{cal.} > \chi^2_{tab.}$ فإنه يمكن القول، بأن معامل الاتفاق المحسوب معنوي ولم يكن نتيجة الصدفة بثقة قدرها 95%. بل ويمكن القول بأن معامل الاتفاق المحسوب معنوي بثقة قدرها 99% لأن $\chi^2_{4;\,0,01\%} = 13,277$.

تمارين :

1 - إذا كانت لدينا الإحصاءات التالية خاصة بقيمة الصادرات الجزائرية (مليون دولار) خلال الفترة 1987 - 1994.

السنة	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
الصادرات	10,190	8,541	10,486	13,887	13,026	12,168	11,156	9,698

والمطلوب هو التوقع بقيمة الصادرات لسنتي 1996 و 1997 باستخدام معادلة الإتجاه $\hat{Y} = a + b\,t$ مع تحديد مجال التوقع بثقة قدرها 95%.

2 - إذا كانت لديك الإحصاءات التالية خاصة بقيمة الواردات (مليون دولار) الجزائرية خلال الفترة 1988 - 1994.

السنة	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994
الواردات	10,592	11,762	12,448	10,643	12,606	11,497	12,919

والمطلوب هو التوقع بقيمة الواردات الجزائرية لسنتي 1995 و 1996 باستخدام معادلة الإتجاه من الشكل $\hat{Y} = a + b\,t$ مع تحديد مجال التوقع بثقة قدرها 95% و 99%.

3 - إذا كانت لدينا البيانات التالية خاصة بحجم الإنتاج (X) وتكلفة وحدة واحدة من المنتجات في مصنع للإسمنت (Y) خلال خمسة عشرة سنة :

السنة	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995
الإنتاج (ألف قطعة) X	2	3	4	4	5	6	6	6	7	8	9	10	12	13	14
تكلفة القطعة الواحدة (دينار) Y	8	10	7	6	5	5	4	3	4	5	3	2	1	1	2

المطلوب : هو تقدير العلاقة الإحصائية بين حجم الإنتاج X وتكلفة القطعة الواحدة Y، مع التوقع بالتكلفة عندما X = 1,80.

4 - لدينا الإحصاءات التالية :

السنة	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
المساحة المزروعة بالكروم (ألف هكتار) X	2	2	5	5	6	6	9	9	10	11	11	14	14
المحصول من العنب (ألف طن) Y	2	3	4	4	9	10	12	12	17	18	20	21	23

قدر النماذج التالية : $\hat{Y} = a_0 + a_1 X_{t-1}$.

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X_{t-2}$$

$$\hat{Y} = a_0 + a_1 X_{t-2} + a_2 t$$

أي هذه النماذج أفضل ؟. إستعمل النموذج الأفضل للحصول على التوقع بالمحصول من العنب (Y) بالنسبة لسنة1999، مع تقدير مجال التوقع باحتمال 95%.

5 - لدينا الإحصاءات التالية :

السنة	مستوى إنتاجية العمل طن/سا (Y)	مستوى مكننة العمل ٪ (X_1)	متوسط عمر العاملين(سنة)X_2	معدل تنفيذ خطة الإنتاج X_3 (٪)
1983	20	32	33	127
1984	24	30	31	120
1985	28	36	41	116
1986	30	40	39	117
1987	31	41	46	106
1988	33	47	43	128
1989	34	56	34	109
1990	37	54	38	114
1991	38	60	42	115
1992	40	55	35	121
1993	41	61	39	110
1994	43	67	44	111
1995	45	69	40	108
1996	48	76	41	113

المطلوب : بناء النموذج $\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_1 + \hat{a}_2 X_2 + \hat{a}_3 X_3$.

واختيار جودته، وبعد الوصول إلى شكل النموذج النهائي إستخدمه للتوقع بمستوى الإنتاجية لسنة 1999.

6 - لدينا الإحصاءات التالية :

الفترة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X_1	10	15	16	8	15	20	18	15	12	17
X_2	2	8	3	3	2	6	3	2	1	10
Y	50	63	61	50	56	72	62	60	54	70

المطلوب: تقدير النموذج $\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_1 + \hat{a}_2 X_2 + \hat{a}_3 t$

والتأكد من جودته ثم إستخدامه للتوقع بـ Y للفترة 13 مع تحديد المجال باحتمال %95.

7 - لدينا الإحصاءات التالي :

الفترة	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Y	10	12	17	13	15	10	14	12	16	18
X_1	2	2	8	2	6	3	5	3	9	10
X_2	1	2	10	4	8	4	7	3	10	11

المطلوب : تقدير النموذج في شكله الخطي $\hat{Y} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 X_1 + \hat{a}_2 X_2$ ، واختيار معنويته، إستعمل النموذج في شكله الأخير للتوقع بـ Y للفترة 12.

هل يؤدي إدخال عنصر الزمن t كمتغير مستقل إلى تحسين النموذج؟ وهل يؤدي إلى الحصول على توقع أدق ؟ بين ذلك.

8 - ترشحت 5 أحزاب رئيسية في البلاد للإنتخابات البرلمانية، وقد تم إستشارة 10 خبراء في الشؤون السياسية للبلد المعني، وذلك بهدف التنبؤ بنتائج

الإنتخابات وكانت تقديراتهم كالتالي :

رقم الخبير	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	2	4	4	2	5	2	3	4	2	2
2	3	1	2	4	1	4	1	1	1	4
3	1	2	1	1	2	1	3	2	4	1
4	5	5	3	5	4	3	4	5	5	3
5	4	3	5	3	3	5	5	3	3	5

المطلوب : ترتيب الأحزاب حسب آراء الخبراء مع تقدير جودة هذه التنبؤات وذلك بحساب معامل الإتفاق واختبار معنويته.

القيم الحرجة لتوزيع t

درجات الحرية (V)	α %		من الجانبين			
	25	10	5	2	1	0,1
1	2,41	6,31	12,71	31,82	63,70	637,0
2	1,60	2,92	4,30	6,97	9,92	31,6
3	1,42	2,35	3,18	5,54	5,84	12,9
4	1,34	2,13	2,78	3,75	4,60	8,61
5	1,30	2,01	2,57	3,37	4,03	6,86
6	1,27	1,94	2,45	3,14	3,71	5,96
7	1,25	1,89	2,36	3,00	3,50	5,40
8	1,24	1,86	2,31	2,90	3,36	5,04
9	1,23	1,83	2,26	2,82	3,25	4,78
10	1,22	1,81	2,23	2,76	3,17	4,59
11	1,21	1,80	2,20	2,72	3,11	4,44
12	1,21	1,78	2,18	2,68	3,05	4,32
13	1,20	1,77	2,16	2,65	3,01	4,22
14	1,20	1,76	2,14	2,62	2,98	4,14
15	1,20	1,75	2,13	2,60	2,95	4,07
16	1,19	1,75	2,12	2,58	2,92	4,01
17	1,16	1,74	2,11	2,57	3,90	3,96
18	1,19	1,73	2,10	2,55	2,88	3,92
19	1,19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,88
20	1,18	1,73	2,09	2,53	2,85	3,85
21	1,18	1,72	2,08	2,51	2,83	3,82
22	1,18	1,72	2,07	2,51	2,82	3,79
23	1,18	1,71	2,07	2,50	2,81	3,77
24	1,18	1,71	2,06	2,49	3,80	3,74
25	1,18	1,71	2,06	2,49	2,79	3,72
26	1,18	1,71	2,06	2,48	2,78	3,71
27	1,18	1,70	2,05	2,47	2,77	3,69
28	1,17	1,70	2,05	2,47	2,76	3,67
29	1,17	1,70	2,05	2,46	2,76	3,66
30	1,17	1,70	2,04	2,46	2,75	3,65
40	1,17	1,68	2,02	2,42	2,70	3,55
60	1,16	167	2,00	2,39	2,66	3,46
120	1,16	1,66	1,98	2,36	2,62	3,37
∞	1,15	1,64	1,96	2,33	2,58	3,29
	α %		من جانب واحد			
V	12,5	5	2,5	1	0,5	0,05

القيم الحرجة لتوزيع F عند مستوى معنوية 5%

درجات الحرية للمقام	درجات الحرية للبسط 1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120	∞
1	161	200	216	225	230	234	237	239	241	242	244	246	248	249	250	251	252	253	254
2	18,5	19,0	19,2	19,2	19,3	19,3	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,4	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5	19,5
3	10,1	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,89	8,85	8,81	8,79	8,74	8,70	8,66	8,64	8,62	8,59	8,57	8,55	8,53
4	7,71	6,94	9,59	6,39	6,26	6,16	6,09	6,04	6,00	5,96	5,91	5,66	5,80	5,77	5,7	5,72	5,69	5,66	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,88	4,82	4,77	4,74	4,68	4,62	4,56	4,53	4,50	4,46	4,43	4,40	4,37
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,12	4,15	4,10	4,06	4,00	3,94	3,87	3,84	3,81	3,77	3,74	3,70	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,79	3,73	3,68	3,64	3,57	3,51	3,44	3,41	3,38	3,34	3,30	3,27	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,50	3,44	3,39	3,35	3,28	3,22	3,15	3,12	3,08	3,04	3,01	2,97	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,29	3,23	3,18	3,14	3,07	3,01	2,94	2,90	2,66	2,63	2,79	2,75	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,14	3,07	3,02	2,98	2,91	2,85	2,77	2,74	2,70	2,66	2,62	2,56	254
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	3,01	2,95	2,90	2,85	2,79	2,72	2,65	2,61	2,57	2,53	2,49	2,45	2,40
12	4,75	3,89	3,46	3,26	3,11	3,00	2,91	2,85	2,80	2,75	2,69	2,62	2,54	2,51	2,47	2,43	2,38	2,34	2,30
13	4,67	3,81	3,41	3,18	3,03	2,92	2,83	2,77	2,71	2,67	2,60	2,53	2,46	2,42	2,38	2,34	2,30	2,25	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,76	2,70	2,65	2,60	2,53	2,46	2,39	2,35	2,31	2,27	2,22	2,18	2,13
15	4,54	2,08	3,29	3,06	2,90	2,79	2,71	2,64	2,59	2,54	2,48	2,40	2,33	2,29	2,25	2,20	2,16	2,11	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,66	2,59	2,54	2,49	2,42	2,35	2,28	2,24	2,19	2,15	2,11	2,06	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,61	2,55	2,49	2,45	2,38	2,31	2,23	2,19	2,15	2,10	2,06	2,01	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,58	2,51	2,46	2,41	2,34	2,27	2,19	2,15	2,11	2,06	2,02	1,97	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,54	2,48	2,42	2,38	2,31	2,23	2,16	2,11	2,07	2,03	1,98	1,93	1,68
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,51	2,45	2,39	2,35	2,28	2,20	2,12	2,08	2,04	1,99	1,95	1,90	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,49	2,42	2,37	2,32	2,25	2,18	2,10	2,05	2,01	1,96	1,92	1,87	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,46	2,40	2,34	2,30	2,23	2,15	2,07	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,44	2,37	2,32	2,27	2,20	2,13	2,05	2,01	1,96	1,91	1,86	1,81	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,42	2,36	2,30	2,25	2,18	2,11	2,03	1,98	1,94	1,89	1,84	1,79	1,73
25	4,24	3,39	2,99	2,76	2,60	2,49	2,40	2,34	2,28	2,24	2,16	2,09	2,01	1,96	1,92	1,87	1,82	1,77	1,71
30	4,17	3,31	2,92	2,69	2,53	2,42	2,33	2,27	2,21	2,16	2,09	2,01	1,93	1,89	1,84	1,79	1,74	1,68	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,25	2,18	2,12	2,08	2,00	1,92	1,84	1,79	1,74	1,69	1,64	1,58	1,51
60	4,00	3,15	2,76	2,53	2,37	2,25	2,17	2,10	2,04	1,99	1,92	1,84	1,75	1,70	1,65	1,59	1,53	1,47	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,18	2,09	2,02	1,96	1,91	1,83	1,75	1,66	1,61	1,55	1,50	1,43	1,35	1,25
∞	3,84	3,00	2,60	2,37	2,21	2,10	2,01	1,94	1,88	1,83	1,75	1,67	1,57	1,52	1,46	1,39	1,32	1,22	1,00

القيم الحرجة لتوزيع χ^2

V	α = 0,10	α = 0,05	α = 0,01	α = 0,001
1	2,71	3,841	6,635	10,827
2	4,61	5,991	9,210	13,815
3	7,78	9,488	13,277	16,268
4	7,78	9,488	13,277	18,465
5	9,24	11,070	15,080	20,517
6	10,6	12,592	16,812	22,457
7	12,0	14,067	18,475	24,322
8	13,4	15,507	20,000	26,125
9	14,7	16,919	21,666	27,877
10	16,0	18,307	23,209	29,588
11	17,3	19,675	24,725	31,264
12	18,5	21,026	26,217	32,909
13	19,8	22,362	27,688	34,528
14	21,1	23,685	29,141	36,123
15	22,3	24,996	30,578	37,697
16	23,5	26,296	32,000	39,252
17	24,8	27,587	33,409	40,790
18	26,0	28,869	34,805	42,315
19	27,2	30,144	36,191	43,820
20	28,4	31,410	37,566	45,315
21	29,6	23,671	38,932	46,797
22	30,8	33,924	40,289	48,268
23	32,0	35,172	41,638	49,728
24	33,2	36,415	42,980	51,179
25	34,4	37,337	44,314	52,620
26	35,6	38,885	45,642	54,052
27	36,7	40,113	46,963	55,476
28	37,9	41,337	48,278	56,893
29	39,1	42,557	49,588	58,302
30	40,3	43,773	50,892	59,703
40	51,8	55,8	63,7	73,4
50	63,2	67,5	76,2	86,7
60	74,4	79,1	88,4	99,6
70	85,5	90,5	100,4	112,3
80	96,6	101,9	112,3	124,8
90	107,6	113,1	124,1	137,2
100	118,5	124,3	135,8	149,4

قائمة المراجع

1 - **مسلم نيب الخياط،** تقييم تجربة التوقع الاقتصادي. مجلة النفط والتعاون العربي، المجلد التاسع، العدد الرابع، 1993. منظمة الأقطار العربية المصدرة للبترول الكويت.

2 - **GALANSKI M. M,** Prevision Economique, Naouka, Moscou, 1983.

3 - **مولف جماعي،** الكتاب العملي في التوقع، ميسل، موسكو، 1982، (بالروسية).

4 - **COLIN D.LEWIS,** Industrial and Business Forecasting Methods, Butterworthh, Scientific, GB. (Version Russe, Finance et Statistique, Moscou, 1986).

5 - **MAKRI DAKISS, WHEEL WRIGHT S.C,** Choi et valeur des méthodes de prévision. Les éditions d'organisation, Paris, 1974.

6 - **عز الدين جوني،** نظرية الإحصاء. ديوان المطبوعات الجامعية. الجزائر، 1984.

7 - **عصام عزيز شريف،** مقدمة في القياس الإقتصادي. ديوان المطبوعات الجامعة، الجزائر، 1979.

8 - **R. LEWANDOWSKI,** La prevision a court terme, Dunod Paris, 1979.

9 - **ف.ف دينسكين،** أسس التوقع الإقتصادي في الصناعات الغذائية، مطبعة الصناعات الخفيفة والغذائية، موسكو، 1984، (بالروسية).

10 - **إبراهيم العيسوي،** القياس والتنبؤ في الاقتصاد. دار النهضة العربية، القاهرة، الطبعة الأولى، 1978.

11 - **ڤولبرڤ، أ.م. كازلوف ف.س،** النظرية العامة للاحصاء. مطبعة المالية والإحصاء، موسكو، 1985 (بالروسية).

12 - **مجدي الشوربجي،** الإقتصاد القياسي، النظرية والتطبيق، الدار المصرية اللبنانية، الطبعة الأولى،القاهرة، 1994.

13 - **سوكولوف ف.م،** النمذجة الإحصائية للمؤشرات الاقتصادية في عمليات الانتاج، ناووكا، نوفوسيبرسك 1982، (بالروسية).

14 - **كراستين. أ.ب،** بناء وتفسير نماذج الإرتباط في الاقتصاد، زناتي، ريغا، 1983، (بالروسية).

15 - **تشيتيركين،** الطرق الاحصائية للتوقع، الاحصاء، موسكو، 1975، (بالروسية).

16 - **ERHARD FÖRSTER, B.RÖNZ,** Methoden der korrelations und Regrressionsalalyse, verlag die wirtschaft, Berlin, 1979.

17 - **JOHNSTON,** Econometic methods, university of manchester, England (version Russe, statistika,2ème édition, Moscou,1980).

18 - **عبد العزيز شرابي،** دراسة إقتصادية وإحصائية حول الصناعات التحويلية بالجزائر، رسالة دكتوراه، أوديسا، 1987.

19 - **س. د. بيشليف، ف.ف، فورفينتش،** الطرق الرياضية-الإحصائية لتقديرات الخبراء، ستاتيستكا، موسكو، 1980 (بالروسية).

20 - **ف.ن. موسينا، د م. كروكا،** أسس التوقع الإقتصادي والإجتماعي، فيشايا شكولا، موسكو، 1985 (بالروسية).

21- **MICHAEL FIRTH,** Forecasting methods in Business and management. Edward Arnold, London 1977, England.

22 - **عبد العزيز شرابي،** الرياضيات الإقتصادية، المصفوفات. ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثانية، الجزائر، 1993.

23 - **FORSTER F.G, STUART A.** Distribution - Free Tests in Times Series Based on The Breaking of Records- "Journal of Royal statistical society" , SER B.L. V. XVI N°1, 1954.

24-**LEONARD J. KAZMIER,** Statistique de la gestion, Série Schaum, Mc, Graw-Hill, 1982.

25 - **N.DALKEY,** La previon a long terme par la méthode delphi. Dunod, Paris, 1972.

26 - **BROWN R. G,** Statistical forecasting for inventory control. New York. Mc, Graw- Hill, 1959.

27 - **CHOW W. M,** Adaptive control of the exponential smoothing constant, journal of the industrial engenering, 16, N°5, 314-1965.

28 - **B. COUTROT, J.J. DROES BEKE,** Les méthodes de prevision, P.U.F, 2ème édition, Paris, 1990.

29 - **كاراليف اي.ق،** طريقة المربعات الصغرى في البحوث الإقتصادية والإجتماعية، ستاتيستيكا، موسكو، 1980، (بالروسية).

30 - **EDWARD J. KANE,** Econometric statistics, an introduction to quantitative Economics (version russe), statistika, Moscou, 1977.

31 - **J. TINTNER,** Introduction a l'econometrie, (version russe), statistika, Moscou, 1965.

32 - ا.ا.فونكل، إنتاجية العمل : مشاكل النمذجة، إكونوميكا، موسكو، 1984.

33 - وليد عبد الحي، الدراسات المستقبلية في العلاقات الدولية، الشهاب مطبعة باتنة، الجزائر، الطبعة الأولى، 1991 (بالروسية).

34 - دومنيك سالفاتور، الإحصاء والإقتصاد القياسي، سلسلة ملخصات شوم، ديوان المطبوعات الجامعية، الجزائر.

35 - ONS, Serie statistique N°31 Alger.

36 - شرابي عبد العزيز، روابح عبد الباقي، أزمة المديونية الخارجية للجزائر، دراسة تحليلية ومستقبلية، بحث أنجز في إطار وحدة البحث إفريقيا -العالم العربي، جامعة قسنطينة، 1995.

فهرس المحتويات

أنجز طبعه على مطابع
ديوان المطبوعات الجامعية
الساحة المركزية - بن عكنون
الجزائر